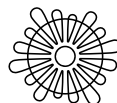


Ratko RADULIĆ • Luka GRBIĆ • Mate BARIĆ

TERESTRIČKA NAVIGACIJA

Pomorska zbirka zadataka



Sveučilište u Zadru
University of Zadar
Universitas Studiorum
Jadertina | 1396 | 2002 |



morepress
morepress.unizad.hr

Ratko Radulić • Luka Grbić • Mate Barić

TERESTRIČKA NAVIGACIJA

Pomorska zbirka zadataka

Za nakladnika

Josip Faričić, rektor

Povjerenstvo za izdavačku djelatnost

Lena Mirošević, predsjednica

Recenzenti

Pero Vidan

Srđan Vujičić

Lektura

Eda Šarić

Grafičko oblikovanje i prijelom

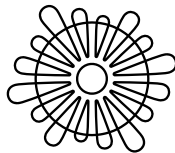
Sveučilište u Zadru

ISBN 978-953-331-460-0

RATKO RADULIĆ • LUKA GRBIĆ • MATE BARIĆ

TERESTRIČKA NAVIGACIJA

Pomorska zbirka zadataka



Zadar, 2023.

SADRŽAJ

1. Račun razlike zemljopisnih koordinata, srednje zemljopisne širine i razmaka	7
2. Izračun udaljenosti morskog i radarskog horizonta	23
3. Proračun magnetske varijacije	25
4. Proračun elemenata Merkatorove karte („Bijele karte“)	29
5. Određivanje koeficijenata devijacije magnetskog kompasa na temelju poznate devijacije i na temelju poznatih koeficijenata devijacije, te određivanje smjerne sile kompasa	41
6. Pretvaranje kursova i azimuta	47
7. Kontrola devijacije magnetskog kompasa	51
8. Brzina broda i mjerenje brzine	55
9. Morske mijene	59
10. Račun mjerenja udaljenosti	71
11. Plovidba pri zanošenju	77
12. Plovidba po loksodromi	83
13. Plovidba po ortodromi	95

Predgovor

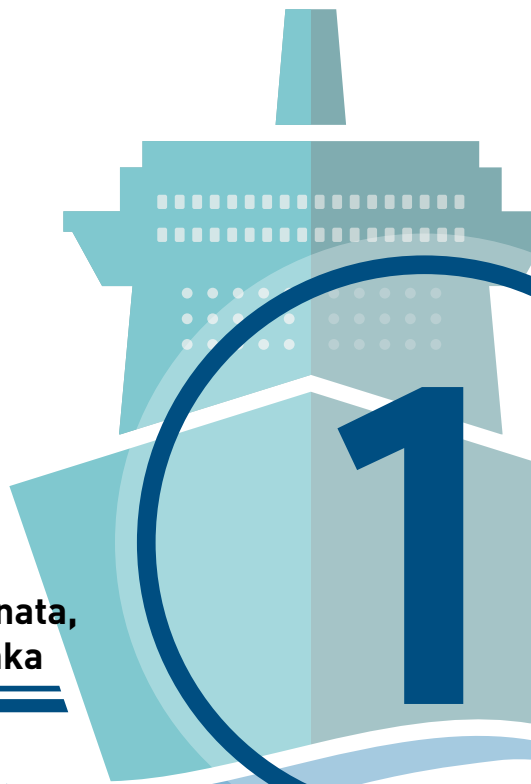
Terestrička navigacija predstavlja temelj nautičkih vještina koje svaki navigator primjenjuje u plovidbi broda. Napretkom tehnologije i tehnike neke od osnovnih vještina su ili zamijenjene elektroničkim alatima ili automatizirane. Međutim, bez obzira sve osnovna znanja i vještine moraju biti poznate kako bi se na siguran način koristili moderni uređaji i alati. Ova zbirka zadataka, kroz problemske zadatke koji su metodično riješeni, omogućava stjecanje kompetencija iz područja navigacije i plovidbe studentima koji nemaju predznanja iz predmetne materije.

Zahvala

Ovim putem se zahvaljujemo nastavniku kap. Ratku Raduliću koji omogućio izradu ove zbirke zadataka



**Račun razlike zemljopisnih koordinata,
srednje zemljopisne širine i razmaka**



Primjer 1.

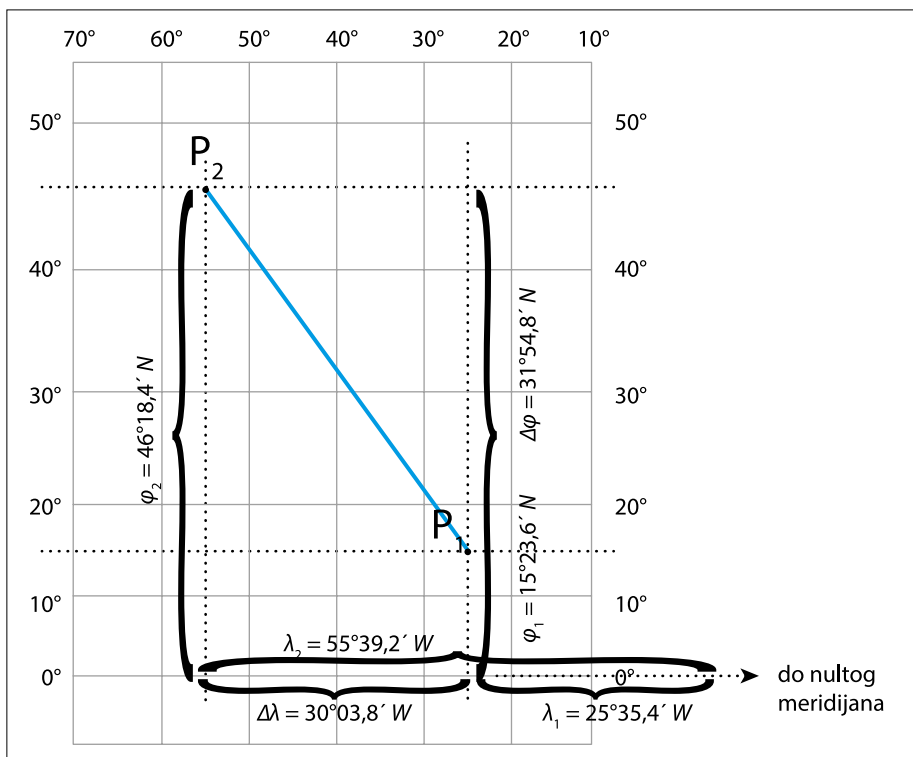
Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$ i zemljopisne dužine $\Delta\lambda$ ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 15^\circ 23,6' N \\ \lambda_1 = 025^\circ 35,4' W \end{cases}$$

$$\text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 46^\circ 18,4' N \\ \lambda_2 = 055^\circ 39,2' W \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = +46^\circ 18,4' - (+15^\circ 23,6') = +30^\circ 54,8'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -055^\circ 39,2' - (-025^\circ 35,4') = -030^\circ 03,8'$$



Slika 1: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

Primjer 2.

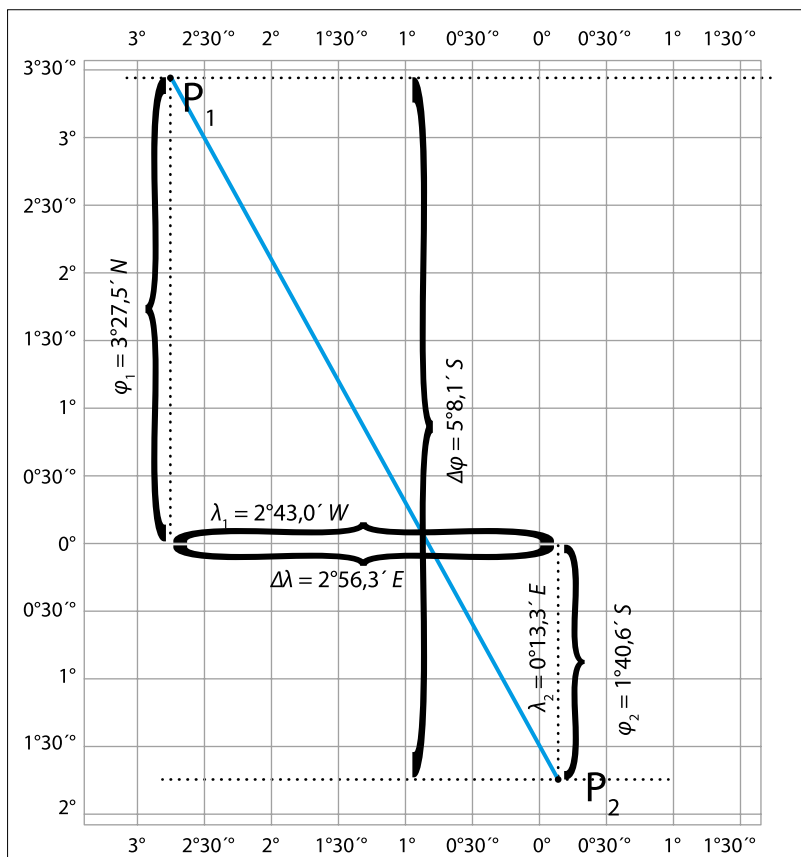
Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$ i zemljopisne dužine $\Delta\lambda$ ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 03^{\circ}27,5' N \\ \lambda_1 = 002^{\circ}43,0' W \end{cases}$$

$$\text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 01^{\circ}40,6' S \\ \lambda_2 = 000^{\circ}13,3' E \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -01^{\circ}40,6' - (+03^{\circ}27,5') = -04^{\circ}68,1' = -05^{\circ}08,1'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = +000^{\circ}13,3' - (-002^{\circ}43,0') = +002^{\circ}56,3'$$



Slika 2: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

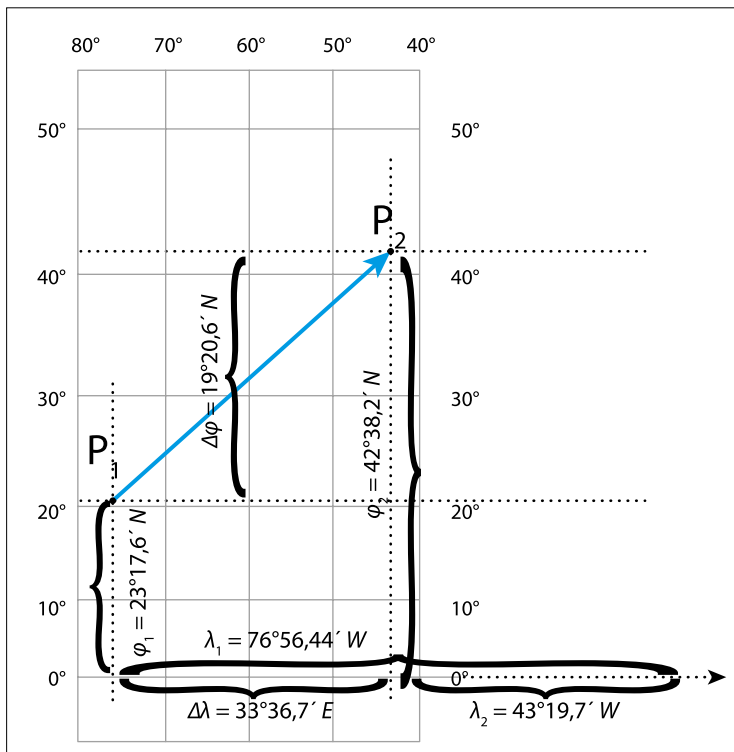
Primjer 3.

Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 ako je zadano sljedeće:

Pozicija 1 {	$\varphi_1 = 23^{\circ}17,6' N$	Razlika zemljopisnih koordinata	$\Delta\varphi = 19^{\circ}20,6' N$
	$\lambda_1 = 076^{\circ}56,4' W$		$\Delta\lambda = 033^{\circ}36,7' E$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = +23^{\circ}17,6' + (+19^{\circ}20,6') = +42^{\circ}38,2'$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = -076^{\circ}56,4' + (+033^{\circ}36,7') = -043^{\circ}19,7'$$



Slika 3: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

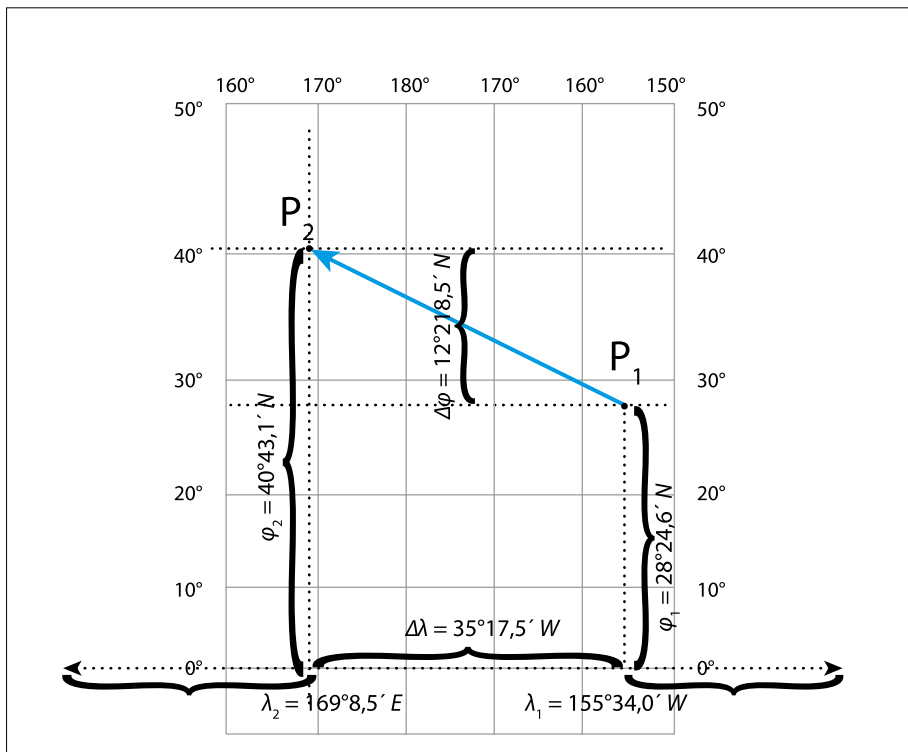
Primjer 4.

Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_{2W} ako je zadano sljedeće:

Pozicija 1	$\varphi_1 = 28^{\circ}24,6' N$	Razlika zemljopisnih koordinata	$\Delta\varphi = 12^{\circ}18,5' N$
	$\lambda_1 = 155^{\circ}34,0' W$		$\Delta\lambda = 035^{\circ}17,5' E$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = +28^{\circ}24,6' + (+12^{\circ}18,5') = +40^{\circ}43,1'$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = -155^{\circ}34,0' + (-035^{\circ}17,5') = -190^{\circ}51,5' + 359^{\circ}60,0' = +169^{\circ}08,5'$$



Slika 4: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

Primjer 5.

Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

Pozicija 1 $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 33^{\circ}39,0' \text{ N} \\ \lambda_1 = 007^{\circ} 36,0' \text{ W} \end{array} \right.$

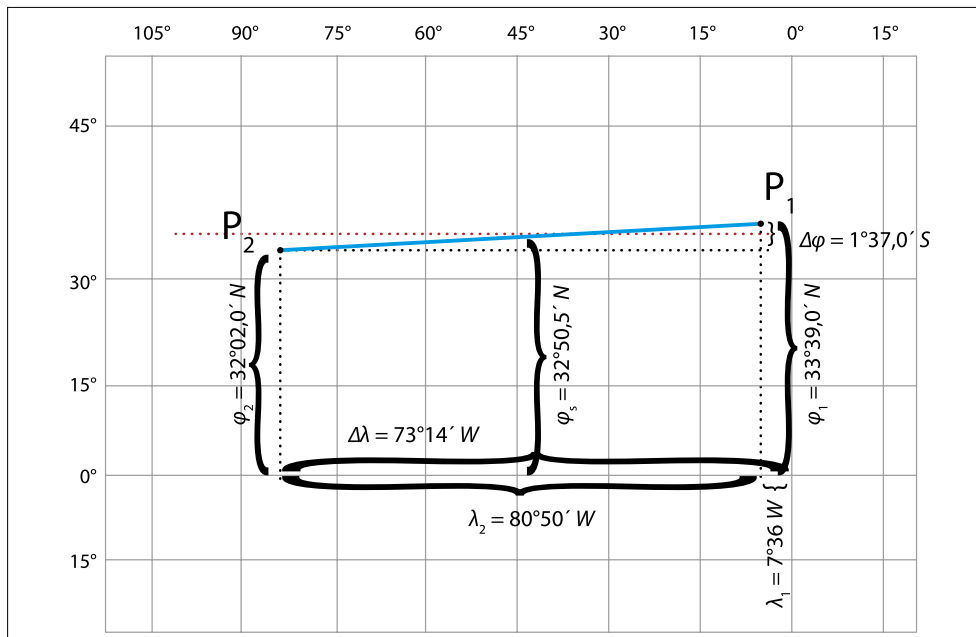
Pozicija 2 $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 32^{\circ}02,0' \text{ N} \\ \lambda_2 = 080^{\circ}50,0' \text{ W} \end{array} \right.$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = +32^{\circ}02,0' - (+33^{\circ}39,0') = -01^{\circ}37,0' = -97'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -080^{\circ} 50,0' - (-007^{\circ} 36,0') = -073^{\circ}14,0' = -4394'$$

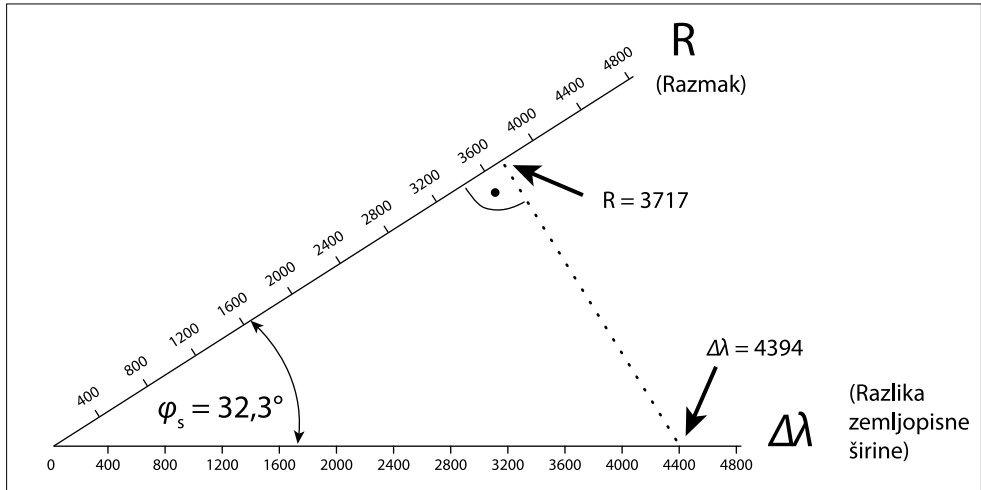
$$\varphi_s = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = +33^{\circ}39,0' + \left(\frac{-01^{\circ} 37,0'}{2}\right) = +32^{\circ}50,5'$$

$$\varphi_s = \varphi_2 - \frac{\Delta\varphi}{2} = +32^{\circ}02,0' - \left(\frac{-01^{\circ} 37,0'}{2}\right) = +32^{\circ}50,5'$$



Slika 5: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

$$R = \Delta\lambda \cdot \cos\varphi_s = -4394' \cdot \cos(+32^{\circ}50,5') = -4394' \cdot 0,840172439 = -3691,7 \text{ M}$$



Slika 6: Grafičko pretvaranje razlike zemljopisne dužine $\Delta\lambda$ u razmak R

Primjer 6.

Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 23^{\circ}17,6' \text{ N} \\ \lambda_1 = 076^{\circ}56,4' \text{ W} \end{cases}$$

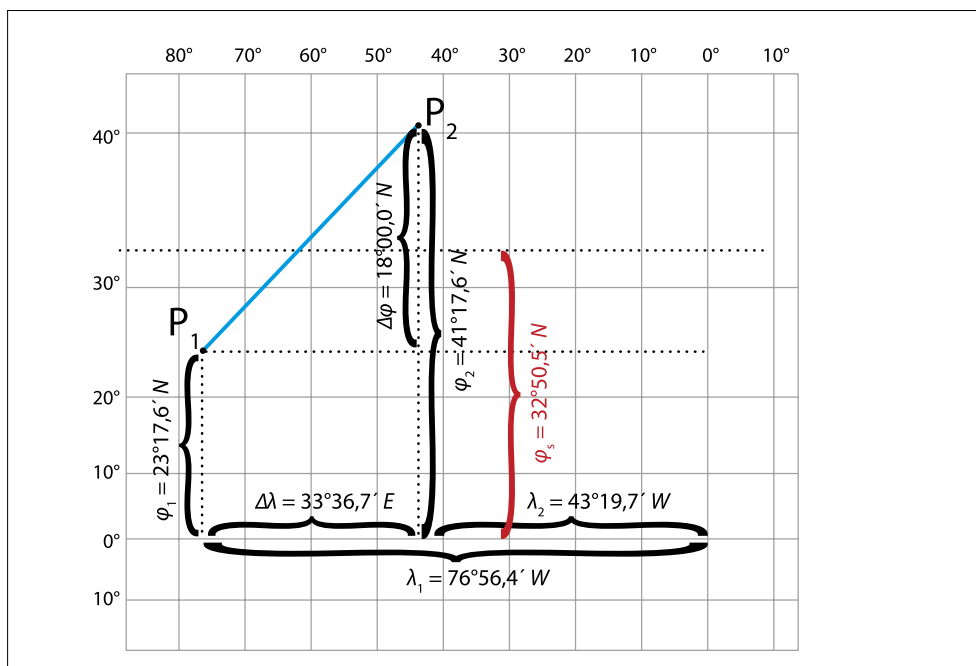
$$\text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 41^{\circ}17,6' \text{ N} \\ \lambda_2 = 043^{\circ}19,7' \text{ W} \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = +41^{\circ}17,6' - (+23^{\circ}17,6') = +18^{\circ}00,0'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -043^{\circ}19,7' - (-076^{\circ}56,4') = +033^{\circ}36,7' = +2016,7'$$

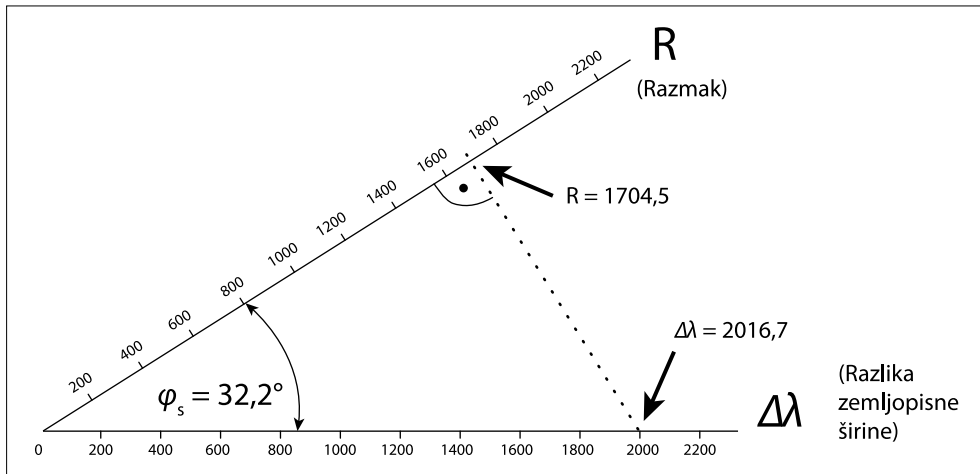
$$\varphi_s = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = +23^{\circ}17,6' + \left(\frac{+18^{\circ}00,0'}{2}\right) = +32^{\circ}17,6'$$

$$\varphi_s = \varphi_2 - \frac{\Delta\varphi}{2} = +41^{\circ}17,6' - \left(\frac{+18^{\circ}00,0'}{2}\right) = +32^{\circ}17,6'$$



Slika 7: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

$$R = \Delta\lambda \cdot \cos\varphi_s = +2016,7' \cdot \cos(+32^{\circ}50,5') = -4394' \cdot 0,845324002 = +1704,8 \text{ M}$$



Slika 8: Grafičko pretvaranje razlike zemljopisne dužine $\Delta\lambda$ u razmak R

Primjer 7.

Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 56^\circ 34,2' \text{ S} \\ \lambda_1 = 178^\circ 14,0' \text{ W} \end{cases}$$

$$\text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 38^\circ 47,7' \text{ S} \\ \lambda_2 = 176^\circ 28,5' \text{ E} \end{cases}$$

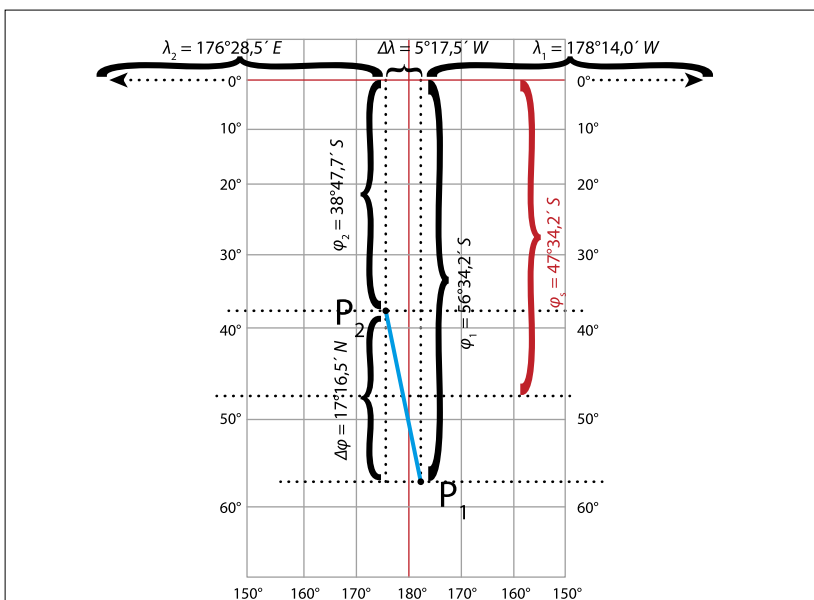
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -38^\circ 47,7' - (-56^\circ 34,2') = +17^\circ 46,5'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = +176^\circ 28,5' - (-178^\circ 14,0') = +354^\circ 42,5' - 359^\circ 60,0' = -005^\circ 17,5' = -317,5'$$

$$\varphi_s = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = -56^\circ 34,2' + \left(\frac{+17^\circ 46,5'}{2}\right) = -47^\circ 41,0'$$

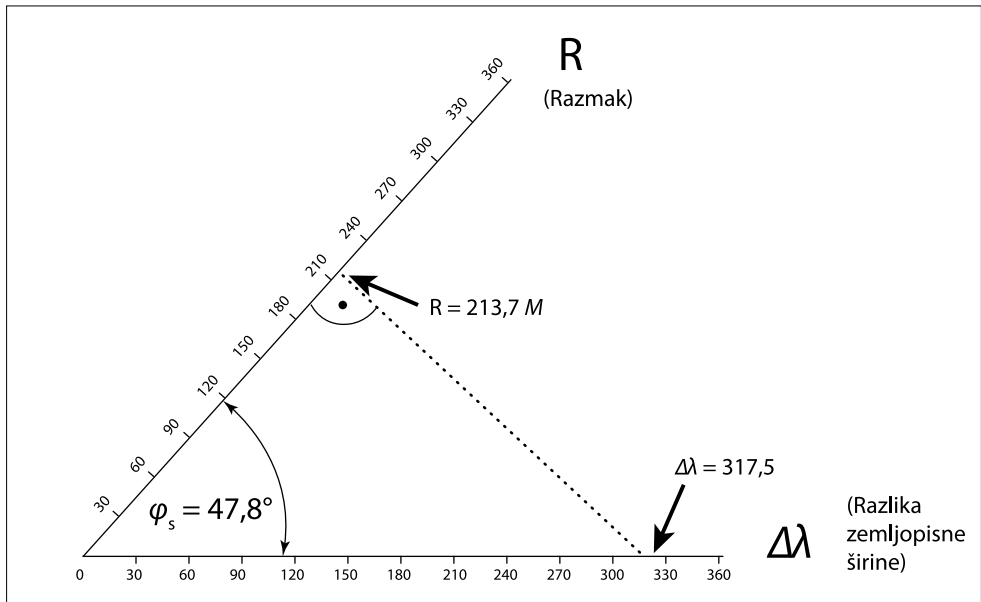
$$\varphi_s = \varphi_2 - \frac{\Delta\varphi}{2} = -38^\circ 47,7' - \left(\frac{+17^\circ 46,5'}{2}\right) = -47^\circ 41,0'$$

$$\varphi_s = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{-56^\circ 34,2' + (-38^\circ 47,7')}{2} = -47^\circ 41,0'$$



Slika 9: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

$$R = \Delta\lambda \cdot \cos\varphi_s = -317,5' \cdot \cos(-47^\circ 41,0') = -317,5' \cdot 0,673227635 = -213,7 \text{ M}$$



Slika 10: Grafičko pretvaranje razlike zemljopisne dužine $\Delta\lambda$ u razmak R

Primjer 8.

Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 48^{\circ}10,6' \text{ N} \\ \lambda_1 = 004^{\circ}59,4' \text{ W} \end{array} \right.$$

$$\text{Pozicija 2} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 25^{\circ}44,6' \text{ N} \\ \lambda_2 = 076^{\circ}46,7' \text{ W} \end{array} \right.$$

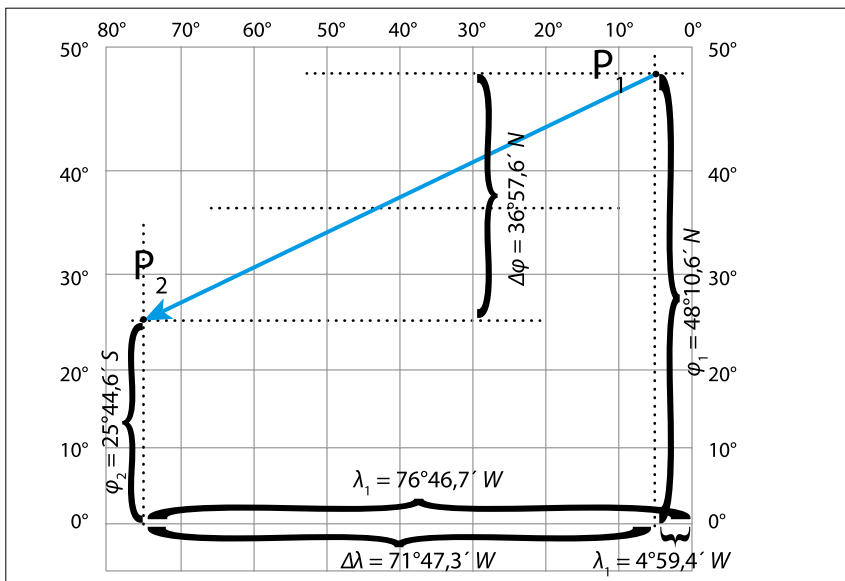
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = +25^{\circ}44,6' - (+48^{\circ}10,6') = -22^{\circ}26,0'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -076^{\circ}46,7' - (-004^{\circ}59,4') = -071^{\circ}47,3' = -4307,3'$$

$$\varphi_s = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = +48^{\circ}10,6' + \left(\frac{-22^{\circ}26,0'}{2} \right) = +36^{\circ}57,6'$$

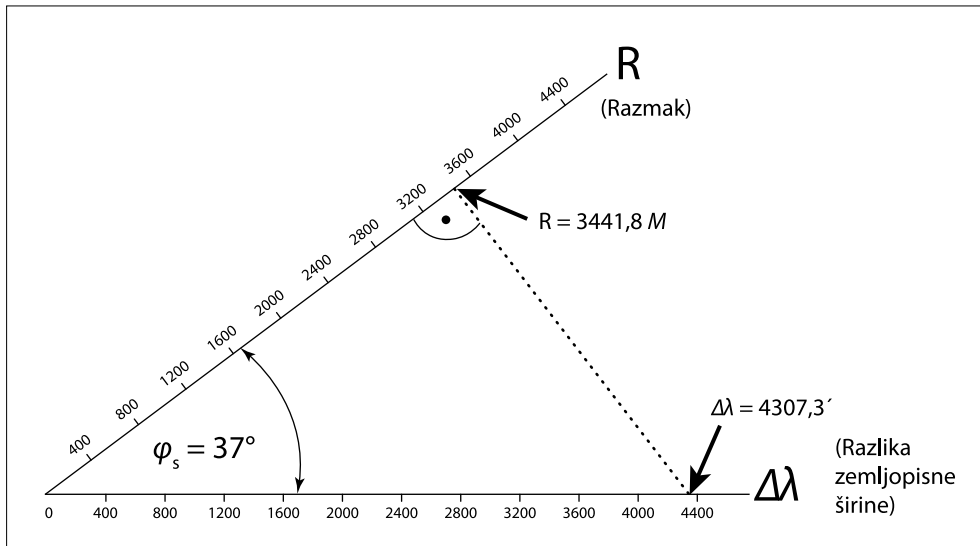
$$\varphi_s = \varphi_2 - \frac{\Delta\varphi}{2} = +25^{\circ}44,6' - \left(\frac{-22^{\circ}26,0'}{2} \right) = +36^{\circ}57,6'$$

$$\varphi_s = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{+48^{\circ}10,6' + (+25^{\circ}44,6')}{2} = +36^{\circ}57,6'$$



Slika 11: Grafički prikaz dviju zemljopisnih pozicija na karti i njihov međusobni odnos koordinata

$$R = \Delta\lambda \cdot \cos\varphi_s = -4307,3' \cdot \cos(+36^{\circ}57,6') = -4307,3' \cdot 0,799055461 = +3441,8 \text{ M}$$



Slika 12: Grafičko pretvaranje razlike zemljopisne dužine $\Delta\lambda$ u razmak R

1.1. Zadatci za vježbu:

1. Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\begin{array}{l} \text{Pozicija 1} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 27^\circ 39,3' \text{ N} \\ \lambda_1 = 082^\circ 48,1' \text{ W} \end{array} \right. \qquad \text{Pozicija 2} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 19^\circ 12,2' \text{ N} \\ \lambda_2 = 098^\circ 06,5' \text{ W} \end{array} \right. \\ \\ \Delta\varphi = -08^\circ 27,1' \quad \Delta\lambda = -015^\circ 18,4' \quad \varphi_s = +23^\circ 25,75' \quad R = -842,7 \text{ M} \end{array}$$

2. Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\begin{array}{l} \text{Pozicija 1} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 12^\circ 44,2' \text{ N} \\ \lambda_1 = 045^\circ 01,5' \text{ E} \end{array} \right. \qquad \text{Pozicija 2} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 18^\circ 53,0' \text{ N} \\ \lambda_2 = 072^\circ 48,4' \text{ E} \end{array} \right. \\ \\ \Delta\varphi = +06^\circ 08,8' \quad \Delta\lambda = +027^\circ 46,9' \quad \varphi_s = +15^\circ 48,6' \quad R = +1603,8 \text{ M} \end{array}$$

3. Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\begin{array}{l} \text{Pozicija 1} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 27^\circ 24,1' \text{ S} \\ \lambda_1 = 048^\circ 31,3' \text{ W} \end{array} \right. \qquad \text{Pozicija 2} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 22^\circ 59,8' \text{ S} \\ \lambda_2 = 043^\circ 07,5' \text{ W} \end{array} \right. \\ \\ \Delta\varphi = +04^\circ 24,3' \quad \Delta\lambda = +005^\circ 23,8' \quad \varphi_s = -25^\circ 11,95' \quad R = +293 \text{ M} \end{array}$$

4. Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\begin{array}{l} \text{Pozicija 1} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 37^\circ 04,0' \text{ S} \\ \lambda_1 = 174^\circ 27,2' \text{ E} \end{array} \right. \qquad \text{Pozicija 2} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = 33^\circ 50,0' \text{ S} \\ \lambda_2 = 151^\circ 19,3' \text{ E} \end{array} \right. \\ \\ \Delta\varphi = +03^\circ 14,0' \quad \Delta\lambda = -023^\circ 07,9' \quad \varphi_s = -35^\circ 27,0' \quad R = -1130,6 \text{ M} \end{array}$$

5. Izračunaj razliku zemljopisne širine $\Delta\varphi$, zemljopisne dužine $\Delta\lambda$, srednju zemljopisnu širinu φ_s i razmak R ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 52^\circ 00,3' \text{ N} \\ \lambda_1 = 004^\circ 04,2' \text{ E} \end{cases} \quad \text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 59^\circ 02,5' \text{ N} \\ \lambda_2 = 005^\circ 28,4' \text{ E} \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = +07^\circ 02,2' \quad \Delta\lambda = +001^\circ 24,2' \quad \varphi_s = +55^\circ 31,4' \quad R = +47,7,6 \text{ M}$$

6. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 13^\circ 00,0' \text{ N} \\ \lambda_1 = 125^\circ 00,0' \text{ E} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Razlika} \\ \text{zemljopisnih} \\ \text{koordinata} \end{array} \begin{array}{l} \Delta\varphi = 24^\circ 45,0' \text{ N} \\ \Delta\lambda = 112^\circ 30,0' \text{ E} \end{array}$$

$$\varphi_2 = 37^\circ 45,0' \text{ N} \quad \lambda_2 = 122^\circ 30,0' \text{ W}$$

7. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 43^\circ 30,0' \text{ N} \\ \lambda_1 = 073^\circ 50,0' \text{ W} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Razlika} \\ \text{zemljopisnih} \\ \text{koordinata} \end{array} \begin{array}{l} \Delta\varphi = 74^\circ 24,0' \text{ S} \\ \Delta\lambda = 092^\circ 15,0' \text{ E} \end{array}$$

$$\varphi_2 = 33^\circ 54,0' \text{ S} \quad \lambda_2 = 018^\circ 25,0' \text{ E}$$

8. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 ako je zadano sljedeće:

$$\text{Pozicija 1} \begin{cases} \varphi_1 = 43^\circ 17,0' \text{ S} \\ \lambda_1 = 147^\circ 42,0' \text{ E} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Razlika} \\ \text{zemljopisnih} \\ \text{koordinata} \end{array} \begin{array}{l} \Delta\varphi = 09^\circ 23,0' \text{ S} \\ \Delta\lambda = 137^\circ 28,0' \text{ E} \end{array}$$

$$\varphi_2 = 52^\circ 40,0' \text{ S} \quad \lambda_2 = 074^\circ 50,0' \text{ W}$$

9. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 ako je zadano sljedeće:

Pozicija 1 {	$\varphi_1 = 40^\circ 30,0' N$	Razlika	$\Delta\varphi = 01^\circ 30,0' N$
	$\lambda_1 = 074^\circ 00,0' W$	zemljopisnih koordinata	$\Delta\lambda = 024^\circ 00,0' E$

$$\varphi_2 = 42^\circ 00,0' N \quad \lambda_2 = 050^\circ 00,0' W$$

10. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 ako je zadano sljedeće:

Pozicija 1 {	$\varphi_1 = 34^\circ 34,0' S$	Razlika	$\Delta\varphi = 05^\circ 26,0' S$
	$\lambda_1 = 018^\circ 18,0' E$	zemljopisnih koordinata	$\Delta\lambda = 078^\circ 18,0' W$

$$\varphi_2 = 40^\circ 00,0' N \quad \lambda_2 = 060^\circ 00,0' W$$

Izračun udaljenosti morskog i radarskog horizonta



Primjer 1.

Izračunaj udaljenost morskog horizonta d ako se promatrač nalazi na visini od:

$$- h_1 = 15 \text{ m}$$

$$- h_2 = 30 \text{ m}$$

$$- h_3 = 300 \text{ m}$$

$$d_1 = 2,08 \cdot \sqrt{h_1} = 2,08 \cdot \sqrt{15} = 8,06 \text{ M}$$

$$d_2 = 2,08 \cdot \sqrt{h_2} = 2,08 \cdot \sqrt{30} = 11,39 \text{ M}$$

$$d_3 = 2,08 \cdot \sqrt{h_3} = 2,08 \cdot \sqrt{300} = 36,03 \text{ M}$$

Primjer 2.

Izračunaj udaljenost radarskog horizonta d ako se radarska antena nalazi na visini od:

$$- h_1 = 5 \text{ m}$$

$$- h_2 = 18 \text{ m}$$

$$- h_3 = 32 \text{ m}$$

$$d_1 = 2,08 \cdot \sqrt{h_1} = 2,08 \cdot \sqrt{5} = 8,06 \text{ M}$$

$$d_2 = 2,08 \cdot \sqrt{h_2} = 2,08 \cdot \sqrt{18} = 11,39 \text{ M}$$

$$d_3 = 2,08 \cdot \sqrt{h_3} = 2,08 \cdot \sqrt{32} = 36,03 \text{ M}$$

Proračun magnetske varijacije



Primjer 1.

Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2011. godinu iznosila $7^{\circ}10' W$ s godišnjim porastom od $9'$ [$7^{\circ}10' W$ (9 W)].

$$Var_{2011} = 7^{\circ}10' W$$

$$Promjena\ varijacije\ (porast) = (2023 - 2011) \cdot 9' = 108' = 1^{\circ}48' W$$

$$Var_{2023} = -7^{\circ}10' + (-1^{\circ}48') = -8^{\circ}58' \sim 9^{\circ} W$$

Primjer 2.

Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2011. godinu iznosila $4^{\circ}10' W$ s godišnjim padom od $9'$ [$4^{\circ}10' W$ (9 E)].

$$Var_{2011} = 4^{\circ}10' W$$

$$Promjena\ varijacije\ (pad) = (2023 - 2011) \cdot 9' = 81' = 1^{\circ}21' E$$

$$Var_{2023} = -4^{\circ}10' + (+1^{\circ}21') = -2^{\circ}49' \sim 2,8^{\circ} W$$

Primjer 3.

Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2014. godinu iznosila $5^{\circ}10' W$ s godišnjim porastom od $9'$ [$5^{\circ}10' W$ (9 W)].

$$Var_{2014} = 5^{\circ}10' W$$

$$Promjena\ varijacije\ (porast) = (2023 - 2014) \cdot 9' = 63' = 1^{\circ}03' W$$

$$Var_{2023} = -5^{\circ}10' + (-1^{\circ}03') = -6^{\circ}13' \sim 6,2^{\circ} W$$

Primjer 4.

Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2014. godinu iznosila $2^{\circ}25' E$ s godišnjim padom od $8'$ [$2^{\circ}25' E$ (8 W)].

$$\text{Var}_{2014} = 2^{\circ}25' E$$

$$\text{Promjena varijacije (pad)} = (2023 - 2014) \cdot 8' = 72' = 1^{\circ}12' W$$

$$\text{Var}_{2023} = +2^{\circ}25' + (-1^{\circ}12') = +1^{\circ}13' \sim 1,2^{\circ} E$$

Primjer 5.

Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2014. godinu iznosila $1^{\circ}21' W$ s godišnjim padom od $11'$ [$1^{\circ}21' W$ (11 E)].

$$\text{Var}_{2013} = 1^{\circ}21' W$$

$$\text{Promjena varijacije (pad)} = (2023 - 2012) \cdot 11' = 99' = 1^{\circ}39' E$$

$$\text{Var}_{2023} = -1^{\circ}21' + (+1^{\circ}48') = +00^{\circ}18' \sim 0,3^{\circ} E$$

3.1. Zadaci za vježbu:

1. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2014. godinu iznosila $2^{\circ}15' W$ s godišnjim padom od $6'$ [$2^{\circ}15' W$ (6 E)].

$$\text{Var}_{2023} = -1^{\circ}21' \sim 1,4 W$$

2. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2017. godinu iznosila $4^{\circ}33' E$ s godišnjim porastom od $7'$ [$4^{\circ}33' E$ (7 E)].

$$\text{Var}_{2023} = +5^{\circ}15' \sim 5,3^{\circ} E$$

3. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2019. godinu iznosila $1^{\circ}14' E$ s godišnjim padom od $9'$ [$1^{\circ}14' E$ (9 W)].

$$\text{Var}_{2023} = +0^{\circ}38' \sim 0,6^{\circ} E$$

4. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2018. godinu iznosila $4^{\circ}43' W$ s godišnjim padom od $8'$ [$4^{\circ}43' W$ (8 E)].

$$\mathbf{Var}_{2023} = -4^{\circ}03' \sim 4^{\circ} W$$

5. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2016. godinu iznosila $0^{\circ}28' W$ s godišnjim padom od $6'$ [$0^{\circ}28' W$ (6 E)].

$$\mathbf{Var}_{2023} = +0^{\circ}14' \sim 0,2^{\circ} E$$

6. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2015. godinu iznosila $12^{\circ}31' W$ s godišnjim porastom od $4'$ [$12^{\circ}31' W$ (4 W)].

$$\mathbf{Var}_{2023} = -13^{\circ}03' \sim 13^{\circ} W$$

7. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2019. godinu iznosila $5^{\circ}13' E$ s godišnjim porastom od $11'$ [$5^{\circ}13' E$ (11 E)].

$$\mathbf{Var}_{2023} = +5^{\circ}57' \sim 6^{\circ} E$$

8. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2019. godinu iznosila $4^{\circ}12' W$ s godišnjim padom od $10'$ [$4^{\circ}12' W$ (10 E)].

$$\mathbf{Var}_{2023} = -3^{\circ}32' \sim 3,5^{\circ} W$$

9. Izračunaj magnetsku varijaciju za 2023. godinu ako je magnetska varijacija za 2007. godinu iznosila $6^{\circ}23' E$ s godišnjim padom od $6'$ [$6^{\circ}23' E$ (6 W)].

$$\mathbf{Var}_{2023} = +4^{\circ}47' \sim 4,8^{\circ} E$$

**Proračun elemenata Merkatorove
karte („Bijele karte“)**



Primjer 1. (generalna karta)

Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 42^\circ N$ do $\varphi_2 = 46^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 015^\circ E$ i $\lambda_2 = 019^\circ E$. Mjerilo karte je $M = 1 : 80000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 44^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

$$l = \frac{1852 \cdot \cos \varphi_s \cdot 1000}{M} = \frac{1852 \cdot \cos (44^\circ) \cdot 1000}{80000} = 1,6666 = 1,67 \text{ mm}$$

λ	$\Delta\lambda \cdot l$	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	φ	φ_M	$\Delta\varphi_M \cdot l$	Udaljenost od donjeg ruba karte u mm
015°	–	0	42°	2766,3	–	0
016°	$(016^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 1,67$	100,2	43°	2847,4	$(2847,4 - 2766,3) \cdot 1,67$	135,4
017°	$(017^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 1,67$	200,4	44°	2929,8	$(2929,8 - 2766,3) \cdot 1,67$	273,0
018°	$(018^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 1,67$	300,6	45°	3013,6	$(3013,6 - 2766,3) \cdot 1,67$	413,0
019°	$(019^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 1,67$	400,8	46°	3099,0	$(3099,0 - 2766,3) \cdot 1,67$	555,6

Primjer 2. (generalna karta)

Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 42^\circ N$ do $\varphi_2 = 46^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 015^\circ E$ i $\lambda_2 = 019^\circ E$. Mjerilo karte je $M = 1 : 1500000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 44^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

$$l = \frac{1852 \cdot \cos \varphi_s \cdot 1000}{M} = \frac{1852 \cdot \cos (44^\circ) \cdot 1000}{150000} = 0,89 \text{ mm}$$

λ	$\Delta\lambda \cdot l$	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	φ	φ_M	$\Delta\varphi_M \cdot l$	Udaljenost od donjeg ruba karte u mm
015°	–	0	42°	2766,3	–	0
016°	$(016^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 0,89$	53,4	43°	2847,4	$(2847,4 - 2766,3) \cdot 0,89$	72,2
017°	$(017^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 0,89$	106,8	44°	2929,8	$(2929,8 - 2766,3) \cdot 0,89$	145,5
018°	$(018^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 0,89$	160,2	45°	3013,6	$(3013,6 - 2766,3) \cdot 0,89$	220,3
019°	$(019^\circ - 015^\circ) \cdot 60 \cdot 0,89$	213,6	46°	3099,0	$(3099,0 - 2766,3) \cdot 0,89$	296,1

Primjer 3. (kursna karta)

Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 48^\circ N$ do $\varphi_2 = 52^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 021^\circ W$ i $\lambda_2 = 025^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 200000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 50^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

$$l = \frac{1852 \cdot \cos \varphi_s \cdot 1000}{M} = \frac{1852 \cdot \cos(50^\circ) \cdot 1000}{200000} = 5,95 \text{ mm}$$

λ	$\Delta\lambda \cdot l$	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	φ	φ_M	$\Delta\varphi_M \cdot l$	Udaljenost od donjeg ruba karte u mm
021°	–	0	48°	3274,4	–	0
022°	$(022^\circ - 021^\circ) \cdot 60 \cdot 5,95$	357	49°	3364,7	$(3364,7 - 3274,4) \cdot 5,95$	537,3
023°	$(023^\circ - 021^\circ) \cdot 60 \cdot 5,95$	714	50°	3456,9	$(3456,9 - 3274,4) \cdot 5,95$	1085,9
024°	$(024^\circ - 021^\circ) \cdot 60 \cdot 5,95$	1074	51°	3550,9	$(3550,9 - 3274,4) \cdot 5,95$	1645,2
025°	$(025^\circ - 021^\circ) \cdot 60 \cdot 5,95$	1428	52°	3467,0	$(3467,0 - 3274,4) \cdot 5,95$	2217,0

Primjer 4. (kursna karta)

Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 40^\circ S$ do $\varphi_2 = 44^\circ S$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 010^\circ E$ i $\lambda_2 = 014^\circ E$. Mjerilo karte je $M = 1 : 500000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 42^\circ S$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

$$l = \frac{1852 \cdot \cos \varphi_s \cdot 1000}{M} = \frac{1852 \cdot \cos(-42^\circ) \cdot 1000}{500000} = 2,75 \text{ mm}$$

λ	$\Delta\lambda \cdot l$	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	φ	φ_M	$\Delta\varphi_M \cdot l$	Udaljenost od donjeg ruba karte u mm
010°	–	0	40°	2607,9	–	0
011°	$(011^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 2,75$	165	41°	2686,5	$(2686,5 - 2607,9) \cdot 2,75$	216,2
012°	$(012^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 2,75$	330	42°	2766,3	$(2766,3 - 2607,9) \cdot 2,75$	435,6
013°	$(013^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 2,75$	495	43°	2847,4	$(2847,4 - 2607,9) \cdot 2,75$	658,6
014°	$(014^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 2,75$	660	44°	2929,8	$(2929,8 - 2607,9) \cdot 2,75$	885,2

Primjer 5. (obalna karta)

Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 17^\circ N$ do $\varphi_2 = 19^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 010^\circ E$ i $\lambda_2 = 012^\circ E$. Mjerilo karte je $M = 1 : 100000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 18^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

$$l = \frac{1852 \cdot \cos \varphi_s \cdot 1000}{M} = \frac{1852 \cdot \cos (18^\circ) \cdot 1000}{100000} = 17,61 \text{ mm}$$

λ	$\Delta\lambda \cdot l$	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	φ	φ_M	$\Delta\varphi_M \cdot l$	Udaljenost od donjeg ruba karte u mm
010°	–	0	17°	1028,6	–	0
010,5°	$(010,5^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 17,61$	528,3	17,5°	1059,8	$(1059,8 - 1028,6) \cdot 2,75$	549,4
011°	$(011^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 17,61$	1056,6	18°	1091,1	$(1091,1 - 1028,6) \cdot 2,75$	1100,6
011,5°	$(011,5^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 17,61$	1584,9	18,5°	1122,5	$(1122,5 - 1028,6) \cdot 2,75$	1653,6
012°	$(012^\circ - 010^\circ) \cdot 60 \cdot 17,61$	2113,2	19°	1154,0	$(1154,0 - 1028,6) \cdot 2,75$	2208,3

Primjer 6. (obalna karta)

Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 31^\circ S$ do $\varphi_2 = 33^\circ S$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 040^\circ W$ i $\lambda_2 = 042^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 100000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 32^\circ S$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

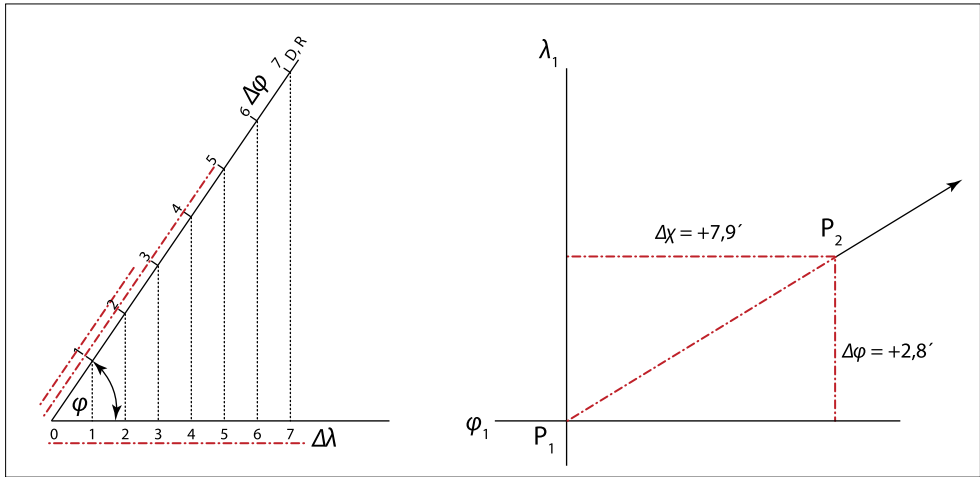
$$l = \frac{1852 \cdot \cos \varphi_s \cdot 1000}{M} = \frac{1852 \cdot \cos (-32^\circ) \cdot 1000}{100000} = 15,71 \text{ mm}$$

λ	$\Delta\lambda \cdot l$	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	φ	φ_M	$\Delta\varphi_M \cdot l$	Udaljenost od donjeg ruba karte u mm
040°	–	0	31°	1946,2	–	0
040,5°	$(040,5^\circ - 040^\circ) \cdot 60 \cdot 15,71$	471,3	31,5°	1981,1	$(1981,1 - 1946,2) \cdot 15,71$	548,3
041°	$(041^\circ - 040^\circ) \cdot 60 \cdot 15,71$	942,6	32°	2016,2	$(2016,2 - 1946,2) \cdot 15,71$	1099,7
041,5°	$(041,5^\circ - 040^\circ) \cdot 60 \cdot 15,71$	1413,9	32,5°	2051,6	$(2051,6 - 1946,2) \cdot 15,71$	1655,8
042°	$(042^\circ - 040^\circ) \cdot 60 \cdot 15,71$	1885,2	33°	2087,0	$(2087,0 - 1946,2) \cdot 15,71$	2212,0

Primjer 7.

Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 grafički s pomoću dijagrama Merkatorovih širina ako su zadane koordinate pozicije polaska geografska širina $\varphi_1 = 55^\circ 12,5' N$ i geografska dužina $\lambda_1 = 042^\circ 24,4' W$, kurs plovidbe $Kp = 059^\circ$, brzina plovidbe od $v = 12$ čvorova i vrijeme plovidbe od $t = 25$ minuta.

$$\text{Prijedeni put } D = v \cdot t = 12 \cdot \frac{25}{60} = 5 \text{ M}$$



Slika 13: Grafičko rješavanje plovidbe koristeći se Merkatorovim širinama

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = +55^\circ 12,5' + (+2,8') = +55^\circ 15,3'$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = -042^\circ 24,4' + (+7,9') = -042^\circ 16,5'$$

$$\text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 55^\circ 15,3' N \\ \lambda_2 = 042^\circ 16,5' W \end{cases}$$

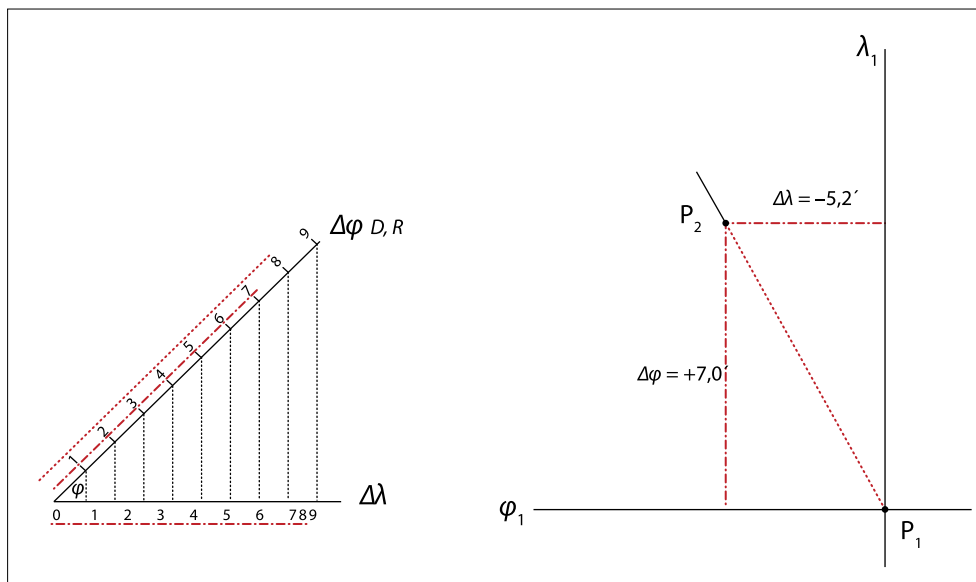
Primjer 8.

Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 grafički s pomoću dijagrama Merkatorovih širina ako su zadane koordinate pozicije polaska geografska širina $\varphi_1 = 55^\circ 12,5' N$ i geografska dužina $\lambda_1 = 042^\circ 24,4' W$, kurs plovidbe $Kp = 330^\circ$, brzina plovidbe od $v = 14$ čvorova i vrijeme plovidbe od $t = 34$ minuta.

$$\text{Prijeđeni put } D = v \cdot t = 14 \cdot \frac{34}{60} = 7,9 \text{ M}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = +44^\circ 20,2' + (+7,0') = +44^\circ 27,2'$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = +014^\circ 35,3' + (-5,2') = +014^\circ 30,1'$$



Slika 14: Grafičko rješavanje plovidbe koristeći se Merkatorovim širinama

$$\text{Pozicija 2} \begin{cases} \varphi_2 = 44^\circ 27,2' N \\ \lambda_2 = 014^\circ 30,1' E \end{cases}$$

Primjer 9.

Odredite mjerilo karte ako dužina $10''$ na ljestvici zemljopisne širine iznosi 99,97 mm, a $10''$ na ljestvici zemljopisne dužine iznosi 71,3 mm. Konstrukcijska širina je $\varphi_s = 44^\circ 30' N$.

S pomoću ljestvice razlike zemljopisne širine $\Delta\varphi$:

$$M = \frac{n'' \cdot 1852 \cdot 1000}{n} = \frac{10 \cdot 1852 \cdot 1000}{99,968} = 185260$$

S pomoću ljestvice razlike zemljopisne širine $\Delta\lambda$:

$$M = \frac{n'' \cdot 1852 \cdot 1000 \cdot \cos\varphi_s}{n} = \frac{10 \cdot 1852 \cdot 1000 \cdot \cos 44^\circ 30'}{71,3} = 185260$$

Primjer 10.

Izračunajte razliku Merkatorove zemljopisne širine ako su zadane sljedeće zemljopisne širine $\varphi_1 = 03^\circ 27,5' N$ i $\varphi_2 = 01^\circ 40,6' S$.

$$\Delta\varphi = \varphi_2 + \varphi_1 = -01^\circ 40,6' - (+03^\circ 27,5') = -04^\circ 68,1' = -05^\circ 08,1'$$

U stupnjevima:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_M &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-01^\circ 40,6'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{+03^\circ 27,5'}{2} \right)} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log \frac{\operatorname{tg} (44^\circ 09,7')}{\operatorname{tg} (46^\circ 43,8')} = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,971156614}{1,062257104} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log (0,914238757) = 131,9284 \cdot (-0,038940371) = -05^\circ 08,2' \end{aligned}$$

U minutama:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_M &= 7915,704 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 7915,704 \cdot \log \frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-01^\circ 40,6'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{+03^\circ 27,5'}{2} \right)} \\ &= 7915,704 \cdot \log \frac{\operatorname{tg} (44^\circ 09,7')}{\operatorname{tg} (46^\circ 43,8')} = 7915,704 \cdot \log \left(\frac{0,971156614}{1,062257104} \right) \\ &= 7915,704 \cdot \log (0,914238757) = 7915,704 \cdot (-0,038940371) = -308,24' = -05^\circ 08,2' \end{aligned}$$

4.1. Zadatci za vježbu:

1. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 71^\circ N$ do $\varphi_2 = 75^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 045^\circ W$ i $\lambda_2 = 048^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 1000000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 73^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
32,4	102,1
64,8	209,8
97,2	323,8
129,6	445,1

2. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 42^\circ N$ do $\varphi_2 = 44^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 015^\circ W$ i $\lambda_2 = 017^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 1000000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 43^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $0,5^\circ (30')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
40,62	54,7
81,24	109,81
121,86	165,32
162,48	221,38

3. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 35^\circ N$ do $\varphi_2 = 39^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 018^\circ W$ i $\lambda_2 = 022^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 1000000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 37^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
118,38	108,6
177,6	218,5
266,4	330,4
355,2	443,1

4. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 32^\circ N$ do $\varphi_2 = 36^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 025^\circ W$ i $\lambda_2 = 029^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 1000000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 34^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
118,38	109,03
236,76	219,30
355,14	330,95
473,52	443,98

5. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 39^\circ N$ do $\varphi_2 = 44^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 061^\circ W$ i $\lambda_2 = 066^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 500000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 41^\circ 30' N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
166,2	214,7
332,4	432,4
498,6	653,4
664,8	878,1
831,0	1106,3

6. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 56^\circ N$ do $\varphi_2 = 60^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 025^\circ W$ i $\lambda_2 = 029^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 500000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 58^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
39	70,5
78	143,0
117	217,5
156	294,3

7. Izradite mrežu Merkatorove karte za područje karte omeđeno geografskom širinom od $\varphi_1 = 65^\circ N$ do $\varphi_2 = 69^\circ N$ i geografskom dužinom od $\lambda_1 = 000^\circ W$ i $\lambda_2 = 004^\circ W$. Mjerilo karte je $M = 1 : 750000$, a konstrukcijska širina je srednja širinska paralela $\varphi_s = \varphi_k = 67^\circ N$. Meridijane i paralele potrebno je ucrtati svakih $1^\circ (60')$.

Udaljenost od lijevog ruba karte u mm	Udaljenost od lijevog ruba karte u mm
0	0
57,9	139,4
115,8	284,5
173,7	435,7
231,6	593,6

8. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 grafički s pomoću dijagrama Merkatorovih širina ako su zadane koordinate pozicije polaska geografska širina $\varphi_1 = 32^\circ 42,5' N$ i geografska dužina $\lambda_1 = 056^\circ 18,4' W$, kurs plovidbe $K_p = 244^\circ$, brzina plovidbe od $v = 14$ čvorova i vrijeme plovidbe od $t = 1$ sat i 15 minuta.

$$\varphi_2 = 32^\circ 35,0' N \quad \lambda_2 = 056^\circ 36,5' W$$

9. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 grafički s pomoću dijagrama Merkatorovih širina ako su zadane koordinate pozicije polaska geografska širina $\varphi_1 = 58^\circ 23,2' S$ i geografska dužina $\lambda_1 = 004^\circ 55,3' W$, kurs plovidbe $Kp = 135^\circ$, brzina plovidbe od $v = 12$ čvorova i vrijeme plovidbe od $t = 40$ minuta.

$$\varphi_2 = 56^\circ 17,5' S \quad \lambda_2 = 004^\circ 44,8' W$$

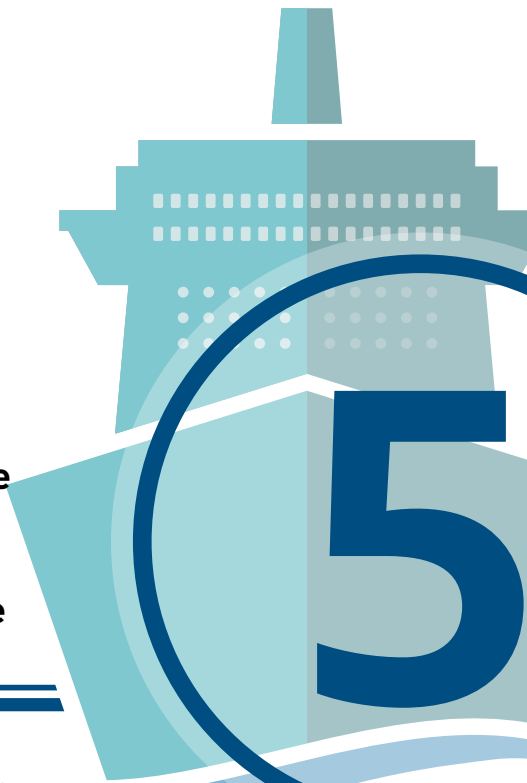
10. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 grafički s pomoću dijagrama Merkatorovih širina ako su zadane koordinate pozicije polaska geografska širina $\varphi_1 = 25^\circ 12,8' S$ i geografska dužina $\lambda_1 = 103^\circ 15,4' E$, kurs plovidbe $Kp = 064^\circ$, brzina plovidbe od $v = 13$ čvorova i vrijeme plovidbe od $t = 7$ sati i 15 minuta.

$$\varphi_2 = 24^\circ 30,8' S \quad \lambda_2 = 104^\circ 48,4' E$$

11. Izračunaj koordinate dolazne zemljopisne širine φ_2 i zemljopisne dužine λ_2 grafički s pomoću dijagrama Merkatorovih širina ako su zadane koordinate pozicije polaska geografska širina $\varphi_1 = 35^\circ 20,0' N$ i geografska dužina $\lambda_1 = 140^\circ 14,2' E$, kurs plovidbe $Kp = 073^\circ$, brzina plovidbe od $v = 14$ čvorova i vrijeme plovidbe od $t = 5$ sati i 30 minuta.

$$\varphi_2 = 35^\circ 43,0' N \quad \lambda_2 = 141^\circ 45,2' E$$

Određivanje koeficijenata devijacije magnetskog kompasa na temelju poznate devijacije i na temelju poznatih koeficijenata devijacije, te određivanje smjerne sile kompasa



Pri određivanju koeficijenta devijacije potrebno je odrediti i devijaciju za kardinalne i interkardinalne kursove. Koeficijente izračunavamo koristeći se izrazima koji pružaju točniji rezultat (a) ili brži proračun (b).

Koeficijent	Izraz (a)	Izraz (b)
A°	$= 1/8(\delta_0 + \delta_{45} + \delta_{90} + \delta_{135} + \delta_{180} + \delta_{225} + \delta_{270} + \delta_{315})$	$= 1/4(\delta_0 + \delta_{90} + \delta_{180} + \delta_{270})$
B°	$= 0,35[(\delta_{45} + \delta_{135}) - (\delta_{225} + \delta_{315})]$	$= (\delta_{90} - \delta_{270})/2$
C°	$= 0,35[(\delta_{45} - \delta_{135}) - (\delta_{225} - \delta_{315})]$	$= (\delta_0 - \delta_{180})/2$
D	$= 0,25[(\delta_{45} + \delta_{225}) - (\delta_{135} + \delta_{315})]$	
E	$= 0,25[(\delta_0 + \delta_{180}) - (\delta_{90} + \delta_{270})]$	

Primjer 1.

Odredite koeficijente devijacije (A, B, C, D, i E) ako su devijacije iz dijagrama sljedeće:

Kk	δ
0°	-19°
45°	-15°
90°	+3°
135°	+16°
180°	+19°
225°	+10°
270°	-1°
315°	-5°

$$A^\circ = \frac{\delta_0 + \delta_{90} + \delta_{180} + \delta_{270}}{4} = \frac{(-19^\circ) + 3^\circ + 19^\circ + (-1^\circ)}{4} = +0,5^\circ$$

$$B^\circ = \frac{\delta_{90} - \delta_{270}}{2} = \frac{3^\circ - (-1^\circ)}{2} = +2^\circ$$

$$C^\circ = \frac{\delta_0 - \delta_{180}}{2} = \frac{-19^\circ - (+19^\circ)}{2} = -19^\circ$$

$$D^\circ = 0,25[(\delta_{45} + \delta_{225}) - (\delta_{135} + \delta_{315})] = 0,25[(-15 + 10) - (16 + (-5))] = -4^\circ$$

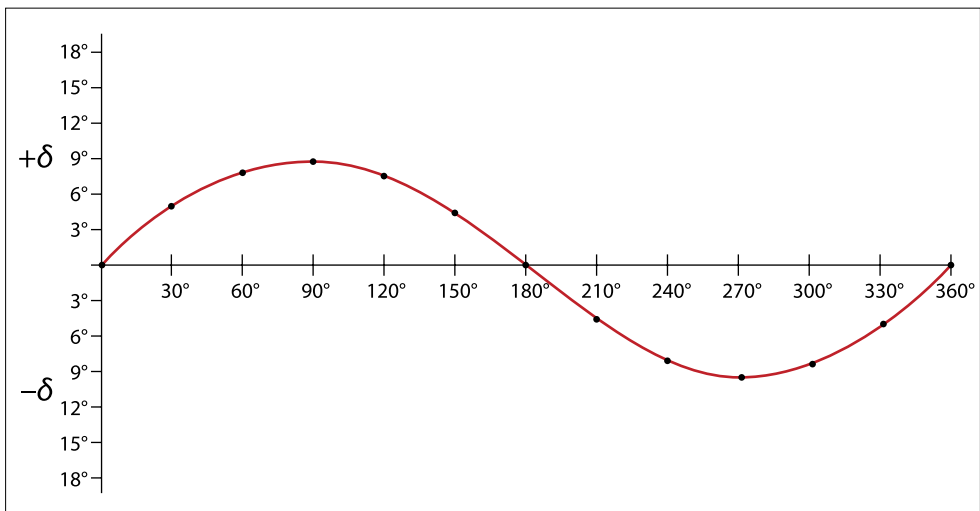
$$E^\circ = 0,25[(\delta_0 + \delta_{180}) - (\delta_{90} + \delta_{270})] = 0,25[(-19 + 19) - (3 + (-1))] = +0,5^\circ$$

Primjer 2.

Odredite devijacije poznatih koeficijenta $B_1 = +9^\circ$ i $C_1 = +15^\circ$ za kursove svakih 30° . Rezultate prikažite grafički za odvojeno i zajedničko djelovanje koeficijenta.

$$\delta = B_1 \cdot \sin K_k$$

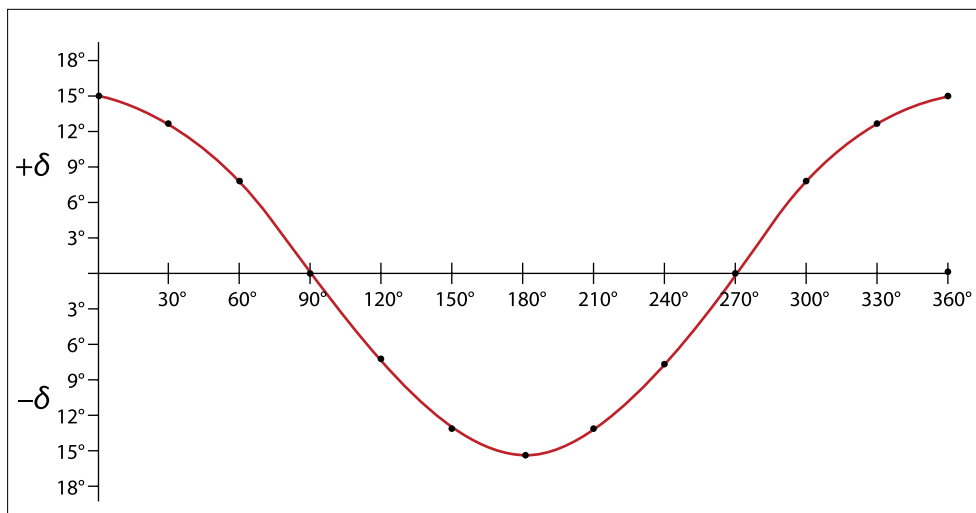
Kurs	Izraz	Devijacija
0°	$9^\circ \cdot \sin 0^\circ$	0°
30°	$9^\circ \cdot \sin 30^\circ$	$4,5^\circ$
60°	$9^\circ \cdot \sin 60^\circ$	$7,8^\circ$
90°	$9^\circ \cdot \sin 90^\circ$	9°
120°	$9^\circ \cdot \sin 120^\circ$	$7,8^\circ$
150°	$9^\circ \cdot \sin 150^\circ$	$4,5^\circ$
180°	$9^\circ \cdot \sin 180^\circ$	0°
210°	$9^\circ \cdot \sin 210^\circ$	$-4,5^\circ$
240°	$9^\circ \cdot \sin 240^\circ$	$-7,8^\circ$
270°	$9^\circ \cdot \sin 270^\circ$	-9°
300°	$9^\circ \cdot \sin 300^\circ$	$-7,8^\circ$
330°	$9^\circ \cdot \sin 330^\circ$	$-4,5^\circ$



Slika 15: Krivulja devijacije koeficijenta B_1

$$\delta = C_1 \cdot \cos K_K$$

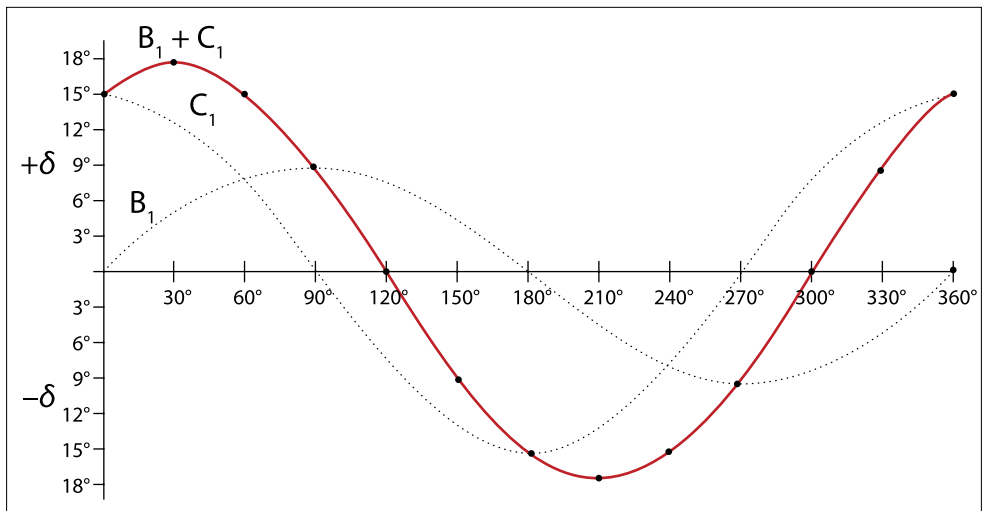
Kurs	Izraz	Devijacija
0°	$15^\circ \cdot \cos 0^\circ$	15°
30°	$15^\circ \cdot \cos 30^\circ$	13°
60°	$15^\circ \cdot \cos 60^\circ$	7,5°
90°	$15^\circ \cdot \cos 90^\circ$	0°
120°	$15^\circ \cdot \cos 120^\circ$	-7,5°
150°	$15^\circ \cdot \cos 150^\circ$	-13°
180°	$15^\circ \cdot \cos 180^\circ$	-15°
210°	$15^\circ \cdot \cos 210^\circ$	-13°
240°	$15^\circ \cdot \cos 240^\circ$	-7,5°
270°	$15^\circ \cdot \cos 270^\circ$	0°
300°	$15^\circ \cdot \cos 300^\circ$	7,5°
330°	$15^\circ \cdot \cos 330^\circ$	13°
360°	$15^\circ \cdot \cos 360^\circ$	15°



Slika 16: Krivulja devijacije koeficijenta C_1

$$\delta = B_1 \cdot \sin K_K + C_1 \cdot \cos K_K$$

Kurs	Izraz	Devijacija
0°	$9^\circ \cdot \sin 0^\circ + 15^\circ \cdot \cos 0^\circ$	15°
30°	$9^\circ \cdot \sin 30^\circ + 15^\circ \cdot \cos 30^\circ$	17,5°
60°	$9^\circ \cdot \sin 60^\circ + 15^\circ \cdot \cos 60^\circ$	15,3°
90°	$9^\circ \cdot \sin 90^\circ + 15^\circ \cdot \cos 150^\circ$	9°
120°	$9^\circ \cdot \sin 120^\circ + 15^\circ \cdot \cos 120^\circ$	0,3°
150°	$9^\circ \cdot \sin 150^\circ + 15^\circ \cdot \cos 150^\circ$	-8,5°
180°	$9^\circ \cdot \sin 180^\circ + 15^\circ \cdot \cos 180^\circ$	-15°
210°	$9^\circ \cdot \sin 210^\circ + 15^\circ \cdot \cos 210^\circ$	-17,5°
240°	$9^\circ \cdot \sin 240^\circ + 15^\circ \cdot \cos 240^\circ$	-15,3°
270°	$9^\circ \cdot \sin 270^\circ + 15^\circ \cdot \cos 270^\circ$	-9°
300°	$9^\circ \cdot \sin 300^\circ + 15^\circ \cdot \cos 300^\circ$	-0,3°
330°	$9^\circ \cdot \sin 330^\circ + 15^\circ \cdot \cos 330^\circ$	8,5°



Slika 17: Krivulja devijacije koeficijenta B_1 i C_1

Primjer 3.

Odredite kurs gradnje broda na temelju poznatih koeficijenta $B_1 = +9^\circ$ i $C_1 = +15^\circ$.

$$\operatorname{tg} K_k = \frac{B_1}{C_1} = \frac{15}{9} = 1,66666$$

$$K_k = 059^\circ$$

Primjer 4.

Odredite smjernu silu magnetskog kompasa koristeći se oscilacijskom metodom ako je odklon ruže na brodu i kopnu iznosio 50° . Broj zabilježenih oscilacija na kopnu je iznosio $t_1 = 12$ sekundi, a na brodu $t_2 = 14$ sekundi.

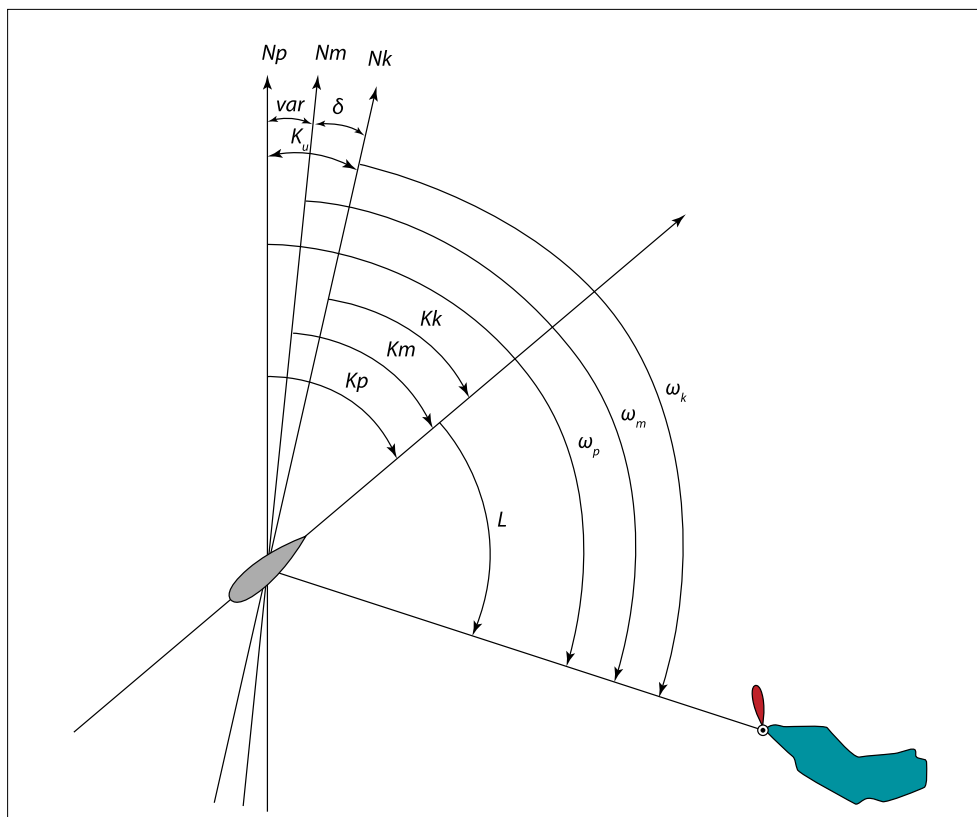
$$\lambda = \frac{H'}{H} = \frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{12^2}{14^2} = 0,73$$

Pretvaranje kursova i azimuta



Za pretvaranje kursova i azimuta magnetskog kompasa rabe se sljedeći izrazi (izvedeni iz slike 18):

Ukupna korekcija	Magnetska varijacija	Devijacija	Kurs pravi	Kurs magnetni
$K_U = (\pm var) + (\pm \delta)$	$var = K_U - (\pm \delta)$	$\delta = K_U - (\pm var)$	$Kp = Kk + K_U$	$Km = Kp - (\pm var)$
$K_U = Kp - Kk$	$var = Kp - Km$	$\delta = Km - Kk$	$Kp = Km + (\pm var)$	$Km = Kp + (\pm \delta)$
$K_U = \omega_p - \omega_k$	$var = \omega_p - \omega_m$	$\delta = \omega_m - \omega_k$	$Kp = \omega_p - (\pm L)$	$Km = \omega_m - (\pm L)$
Kurs kompasni	Pramčani kut	Azimut pravi	Azimut magnetski	Azimut kompasni
$Kk = Kp - K_U$	$L = \omega_p - Kp$	$\omega_p = \omega_k + K_U$	$\omega_m = \omega_k + (\pm \delta)$	$\omega_k = \omega_m - (\pm \delta)$
$Kk = Km - (\pm \delta)$	$L = \omega_m - Km$	$\omega_p = \omega_m + (\pm var)$	$\omega_m = \omega_p - (\pm var)$	$\omega_k = \omega_p - K_U$
$Kk = \omega_k - L$	$L = \omega_k - Kk$	$\omega_p = Kp + L$	$\omega_m = Km + (\pm L)$	$\omega_k = Kk + (\pm L)$



Slika 18: Međusobni odnos kursova i azimuta magnetskog kompasa

Primjer 1.

Odredite kompasni kurs ako je kurs pravi s pomorske karte $Kp = 290^\circ$, a magnetska varijacija $var = -3^\circ$, a devijacija $\delta = -2^\circ$.

$$K_U = var + \delta = -3^\circ + (-2^\circ) = -5^\circ$$

$$Kk = Kp - K_U = 290^\circ - (-5^\circ) = 295^\circ$$

Primjer 2.

Promatranjem svjetionika s pomoću magnetskog kompasa očitani je azimut kompasni $\omega_k = 112^\circ$. Odredite azimut pravi ako je magnetska varijacija $var = -5^\circ$, a devijacija $\delta = 2^\circ$.

$$K_U = var + \delta = -5^\circ + 2^\circ = -3^\circ$$

$$\omega_p = \omega_k + K_U = 112^\circ + (-3^\circ) = 109^\circ$$

Primjer 3.

Promatranjem svjetionika s pomoću smjerne ploče očitani je pramčani kut $L = 077^\circ$, a s pomoću magnetskog kompasa u trenu promatranja očitani je kurs kompasni $Kk = 059^\circ$. Izračunajte azimut pravi ako je magnetska varijacija $var = +2,5^\circ$, a devijacija $\delta = -1,5^\circ$.

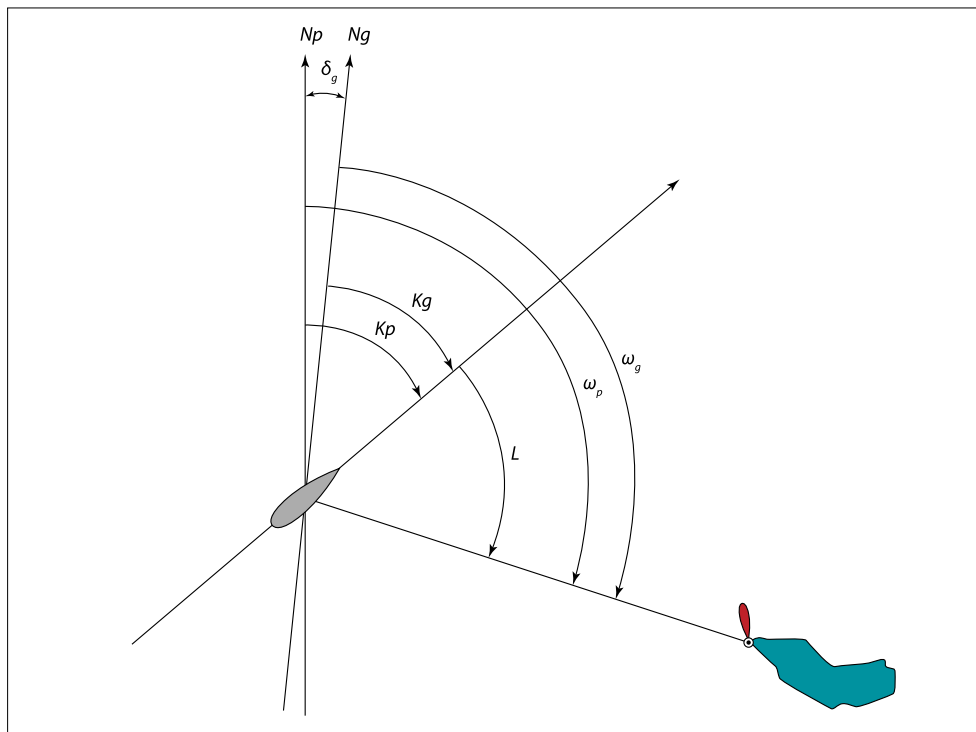
$$K_U = var + \delta = 2,5^\circ + (-1,5^\circ) = 1^\circ$$

$$\omega_k = Kk + L = 059^\circ + 77^\circ = 136^\circ$$

$$\omega_p = \omega_k + K_U = 136^\circ + 1^\circ = 137^\circ$$

Za pretvaranje kursova i azimuta žirokompasa rabe se sljedeći izrazi (izvedeni iz slike 20):

Kurs pravi	Azimut pravi	Devijacija
$Kp = K\check{z} + (\pm\delta_2)$	$\omega_p = \omega_z + (\pm\delta_2)$	$\delta_2 = \omega_p - \omega_z / \delta_2 = Kp - K\check{z}$



Slika 19: Međusobni odnos kursova i azimuta žirokompasa

Primjer 4.

Pri plovidbi broda u kursu pravom $K_p = 110^\circ$ promatran je svjetionik s pomoću žirokompasa i određen je azimut kompasni $\omega_z = 307^\circ$. Odredite azimut pravi ako je devijacija žirokompasa $\delta_z = -0,5^\circ$.

$$\omega_p = \omega_z + \delta_z = 307^\circ + (-0,5^\circ) = 306,5^\circ$$

Primjer 5.

Odredite kurs kompasni na žirokompasu ako je s pomorske karte očitani kurs pravi $K_p = 194^\circ$, a devijacija žirokompasa iznosi $\delta_z = -0,5^\circ$.

$$K_z = K_p - \delta_z = 194^\circ - (-0,5^\circ) = 194,5^\circ$$

Kontrola devijacije magnetskog kompas



Primjer 1.

U plovidbi kursom kompasnim $Kk = 108^\circ$ obavlja se kontrola devijacije magnetskog kompasa pokrivenim smjerom. U trenutku prolaza azimut pokrivenog smjera s magnetskog kompasa iznosio je $\omega_k = 163^\circ$, a s karte je očitani azimut pravi $\omega_p = 166^\circ$. S karte je očitana magnetska varijacija $var = +1,5^\circ$.

$$K_U = \omega_p - \omega_k = 166^\circ - 163^\circ = 3^\circ$$

$$\delta = K_U - (\pm var) = 3^\circ - 1,5^\circ = 1,5^\circ$$

Primjer 2.

U plovidbi kursom kompasnim $Kk = 128^\circ$ obavlja se kontrola devijacije magnetskog kompasa pokrivenim smjerom. U trenutku prolaza azimut pokrivenog smjera s magnetskog kompasa iznosio je $\omega_k = 093^\circ$, a s karte je očitani azimut pravi $\omega_p = 099^\circ$. S karte je očitana magnetska varijacija $var = +5,5^\circ$.

$$K_U = \omega_p - \omega_k = 099^\circ - 093^\circ = 6^\circ$$

$$\delta = K_U - (\pm var) = 6^\circ - 5,5^\circ = 0,5^\circ$$

Primjer 3.

U plovidbi kursom kompasnim $Kk = 244^\circ$ obavlja se kontrola devijacije magnetskog kompasa pokrivenim smjerom. U trenutku prolaza pramčani kut pokrivenog smjera sa smjerne ploče iznosio je $L = 131^\circ$, a s karte je očitani azimut pravi $\omega_p = 016^\circ$. S karte je očitana magnetska varijacija $var = -1,2^\circ$.

$$\omega_k = Kk + (\pm L) = 244 + 131 = 375^\circ - 360^\circ = 015^\circ$$

$$K_U = \omega_p - \omega_k = 016^\circ - 015^\circ = 1^\circ$$

$$\delta = K_U - (\pm var) = 1^\circ - (-1,2^\circ) = 2,2^\circ$$

Primjer 4.

U plovidbi kursom kompasnim $Kk = 148^\circ$ obavlja se kontrola devijacije magnetskog kompasa pokrivenim smjerom. U trenutku prolaza pramčani kut pokrivenog smjera sa smjerne ploče iznosio je $L = 057^\circ$, a s karte je očitana azimut pravi $\omega_p = 207^\circ$. S karte je očitana magnetska varijacija $var = -0,5^\circ$.

$$\begin{aligned}\omega_k &= Kk + (\pm L) = 148^\circ + 057^\circ = 205^\circ \\ K_U &= \omega_p - \omega_k = 207^\circ - 205^\circ = 2^\circ \\ \delta &= K_U - (\pm var) = 2^\circ - (-0,5^\circ) = 2,5^\circ\end{aligned}$$

7.1. Zadatci za vježbu:

1. Odredite kompasni kurs ako je kurs pravi s pomorske karte $Kp = 093^\circ$, magnetska varijacija $var = -1,3^\circ$, a devijacija $\delta = 2,8^\circ$.

$$Kk = 091,5^\circ$$

2. Promatranjem svjetionika s pomoću magnetskog kompasa očitana je azimut kompasni $\omega_k = 228^\circ$. Odredite azimut pravi ako je magnetska varijacija $var = 2,5^\circ$, a devijacija $\delta = 1^\circ$.

$$\omega_p = 091,5^\circ$$

3. Promatranjem svjetionika s pomoću smjerne ploče očitana je pramčani kut $L = 056^\circ$, a s pomoću magnetskog kompasa u trenu promatranja očitana je kurs kompasni $Kk = 124^\circ$. Izračunajte azimut pravi ako je magnetska varijacija $var = +1,5^\circ$, a devijacija $\delta = -3,0^\circ$.

$$\omega_p = 178,5^\circ$$

4. U plovidbi kursom kompasnim $Kk = 018^\circ$ obavlja se kontrola devijacije magnetskog kompasa pokrivenim smjerom. U trenutku prolaza pramčani kut pokrivenog smjera sa smjerne ploče iznosio je $L = 122^\circ$, a s karte je očitana azimut pravi $\omega_p = 145^\circ$. S karte je očitana magnetska varijacija $var = 0,9^\circ$.

$$\delta = 4,1^\circ$$

5. U plovidbi kursom pravim $Kp = 156^\circ$ obavlja se kontrola devijacije žirokompasa promatranjem svjetionika. Očitani azimut sa žirokompasa iznosi $\omega_z = 243^\circ$. Odredite azimut pravi ako devijacija žirokompasa iznosi $\delta_z = 1,5^\circ$.

$$\omega_p = 244,5^\circ$$

6. Odredite kurs žirokompasa ako je kurs pravi $Kp = 306$, a devijacija žirokompasa iznosi $\delta_z = -0,5^\circ$.

$$Kž = 306,5^\circ$$

7. U plovidbi kursom kompasnim $Kk = 278^\circ$ obavlja se kontrola devijacije magnetskog kompasa pokrivenim smjerom. U trenutku prolaza pramčani kut pokrivenog smjera sa smjerne ploče iznosio je $L = 163^\circ$, a s karte je očitana azimut pravi $\omega_p = 080^\circ$. S karte je očitana magnetska varijacija $var = 3,7^\circ$.

$$\delta = -4,7^\circ$$

Brzina broda i mjerenje brzine



Za izračun odnosa brzine, vremena i udaljenosti rabe se sljedeći izrazi:

$$v = \frac{D}{t} \quad t = \frac{D}{v} \quad D = v \cdot t$$

Gdje je:

D – prijeđeni put (M – milje)

v – brzina broda (čv – čvorovi)

t – vrijeme (h – sati)

Primjer 1.

Izračunaj vrijeme i datum dolaska (ETA – estimated time of arrival) ako je brod krenuo na putovanje dugo 3620 M 5. 3. u 18:00 sati s prosječnom brzinom plovidbe od 17 čvorova.

$$t = \frac{D}{v} = \frac{3620}{17} = 212,94 \text{ h}$$

$$\frac{212,94}{24} = 8,87 \text{ dana}$$

$$0,87 \cdot 24 = 20,94 \text{ sata}$$

$$0,94 \cdot 60 = 56 \text{ minuta}$$

5. 3.	18:00
+ 8 dana	+ 20:56
13. 3.	38:56
<hr/>	
	-24:00
ETA = 14. 3.	14:56

Primjer 2.

Izračunaj koeficijent brzinomjera ako prevaljeni put po navigacijskoj karti iznosi $D = 130$ M, a po podacima brzinomjera $D_1 = 129,6$ M. Na temelju izračunanog koeficijenta brzinomjera potrebno je ispraviti brzinu brzinomjera od $v_1 = 17,5$ čv.

$$k = \frac{D}{D_1} = \frac{130}{129,6} = 1,0031$$

$$v = v_1 \cdot k = 17,5 \cdot 1,0031 = 17,55 \text{ čv}$$

8.1. Zadatci za vježbu:

1. Tijekom probnih vožnji broda brod je prešao udaljenost od 0,5 M za vrijeme $t = 1 \text{ min i } 22 \text{ sec}$, izračunajte brzinu broda.

$$v = 21,9 \text{ čv}$$

2. Tijekom probnih vožnji broda brod je prešao udaljenost od 1 M za vrijeme $t = 4 \text{ min i } 45 \text{ sec}$, izračunajte brzinu broda.

$$v = 12,6 \text{ čv}$$

3. Izračunajte prijeđenu udaljenost broda ako je prosječna brzina plovidbe $v = 14 \text{ čv}$, a vrijeme plovidbe $t = 11 \text{ dana, } 8 \text{ sati, } 10 \text{ minuta i } 30 \text{ sekundi}$.

$$D = 3810,5 \text{ M}$$

4. Izračunajte prijeđenu udaljenost broda ako je prosječna brzina plovidbe $v = 17,5 \text{ čv}$, a vrijeme plovidbe $t = 4 \text{ dana, } 10 \text{ sati, } 30 \text{ minuta}$.

$$D = 1863,8 \text{ M}$$

5. Izračunajte prosječnu brzinu broda ako za vrijeme od $t = 12 \text{ dana, } 18 \text{ sati i } 50 \text{ minuta}$ prijeđe udaljenost od $D = 4726 \text{ M}$.

$$v = 15,4 \text{ čv}$$

6. Izračunajte prosječnu brzinu broda ako za vrijeme od $t = 2 \text{ dana, } 20 \text{ sati}$ prijeđe udaljenost od $D = 1134 \text{ M}$.

$$v = 16,7 \text{ čv}$$

7. Izračunajte potrebno vrijeme da brod prevali udaljenost od $D = 5625 \text{ M}$ uz prosječnu brzinu od $v = 16 \text{ čv}$.

$$t = 14 \text{ dana, } 15 \text{ sati, } 34 \text{ minute}$$

8. *Izračunaj vrijeme i datum dolaska (ETA – estimated time of arrival) ako je brod krenuo na putovanje dugo 2280 M 20. 6. u 17:00 sati s prosječnom brzinom plovidbe od 12 čvorova.*

t = 28. 6. u 15:00

Morske mijene



Redukcija izmjerene dubine na razinu karte i izračunavanje dubine na zadanoj izobati u definirano vrijeme.

Redukcija plimnog vala:

Za vrijeme plime odbija se 10/10 visine plimnog vala
 1 sat prije ili poslije plime odbija se 9/10 visine plimnog vala
 2 sata prije ili poslije plime odbija se 3/4 visine plimnog vala
 3 sata prije ili poslije plime odbija se 1/2 visine plimnog vala
 4 sata prije ili poslije plime odbija se 1/4 visine plimnog vala
 5 sati prije ili poslije plime odbija se 1/10 visine plimnog vala
 6 sati prije ili poslije plime odbija se 0 visine plimnog vala

Primjer 1.

Iz tablica morskih mijena utvrđeno je da visoka voda visine $h = 3,5$ m nastupa u 23:00 sata. Izračunajte kolika je visina plimnog vala u 19:00 sati?

Interval = 23:00 – 19:00 = 4:00 sata

Redukcija: $\frac{1}{4} \cdot 3,5 \text{ m} = 0,875 \text{ m} = 0,88 \text{ cm}$

Visina plimnog vala u 19:00 sati je 0,875 m.

Primjer 2.

Na sidrištu je u $t = 16:20$ izmjerena dubina mora od $d = 19,5$ metara. Odredite dubine karte ako su iz tablice morskih mijena dostupni sljedeći podatci:

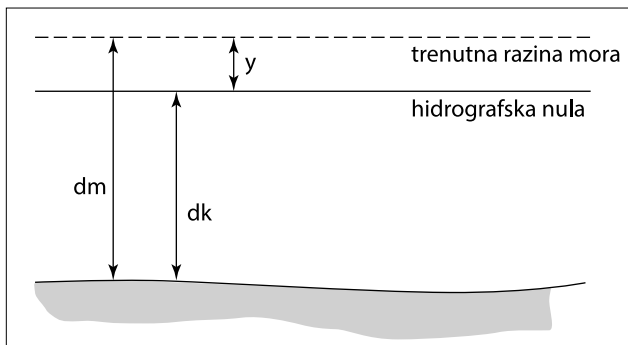
$$\begin{array}{ll} t_{vv} = 12:12 & v_{vv} = 6,1 \text{ m} \\ t_{nv} = 18:36 & v_{nv} = 0,2 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{aligned} X_t &= \frac{180 \cdot (t - t_{vv})}{(t_{nv} - t_{vv})} = \frac{180 \cdot (16:20 - 12:12)}{(18:36 - 12:12)} = 116,25^\circ \\ a &= \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = \frac{6,1 + 0,2}{2} = 3,15 \end{aligned}$$

$$b = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = \frac{6,1 - 0,2}{2} = 2,95$$

$$yt = a + b \cdot \cos Xt = 3,15 + 2,94 \cdot \cos 116,25^\circ = 1,85 \text{ m}$$

$$dk = d - yt = 19,5 - 1,85 = 17,65 \text{ m}$$



Primjer 3.

Na sidrištu je u $t = 6:30$ izmjerena dubina mora od $d = 18$ metara. Odredite dubine karte ako su iz tablice morskih mijena dostupni sljedeći podatci:

$$t_{nv} = 05:44 \quad v_{nv} = 0,7 \text{ m}$$

$$t_{vv} = 10:52 \quad v_{vv} = 8,2 \text{ m}$$

$$Xt = \frac{180 \cdot (t_{vv} - t)}{(t_{vv} - t_{nv})} = \frac{180 \cdot (10:52 - 6:30)}{(10:52 - 5:44)} = 153,12^\circ$$

$$a = \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = \frac{8,2 + 0,7}{2} = 4,45$$

$$b = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = \frac{8,2 - 0,7}{2} = 3,75$$

$$yt = a + b \cdot \cos Xt = 4,45 + 3,75 \cdot \cos 153,12^\circ = 1,11 \text{ m}$$

$$dk = d - yt = 18 - 1,11 = 16,89 \text{ m}$$

Primjer 4.

Izračunajte dubinu mora na izobati na karti od $dk = 15 \text{ m}$ u $t = 8:30$ ako su iz tablice morskih mijena dostupni sljedeći podatci:

$$\begin{array}{ll} t_{nv} = 07:31 & v_{nv} = 0,5 \text{ m} \\ t_{vv} = 12:44 & v_{vv} = 6,3 \text{ m} \end{array}$$

$$Xt = \frac{180 \cdot (t_{vv} - t)}{(t_{vv} - t_{nv})} = \frac{180 \cdot (12:44 - 8:20)}{(12:44 - 7:31)} = 146,1^\circ$$

$$a = \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = \frac{6,3 + 0,5}{2} = 3,4$$

$$b = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = \frac{6,3 - 0,5}{2} = 2,9$$

$$yt = a + b \cdot \cos Xt = 3,4 + 2,9 \cdot \cos 151,82^\circ = 0,99 \text{ m}$$

$$d = dk + yt = 15 + 0,99 = 15,99 \text{ m}$$

Primjer 5.

Izračunajte dubinu mora na izobati na karti od $dk = 10 \text{ m}$ u $t = 15:00$ ako su iz tablice morskih mijena dostupni sljedeći podatci:

$$\begin{array}{ll} t_{nv} = 10:30 & v_{nv} = 0,5 \text{ m} \\ t_{vv} = 17:12 & v_{vv} = 3,8 \text{ m} \end{array}$$

$$Xt = \frac{180 \cdot (t_{vv} - t)}{(t_{vv} - t_{nv})} = \frac{180 \cdot (17:12 - 15:00)}{(17:12 - 10:30)} = 59,1^\circ$$

$$a = \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = \frac{3,8 + 0,5}{2} = 2,15$$

$$b = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = \frac{3,8 - 0,5}{2} = 1,65$$

$$yt = a + b \cdot \cos Xt = 2,15 + 1,65 \cdot \cos 59,1^\circ = 3 \text{ m}$$

$$d = dk + yt = 10 + 3 = 13 \text{ m}$$

Izračunavanje vremena prolaza preko pličine za zadani gaz broda i dubinu ispod kobilice.

Primjer 7.

Brod gaza $T = 6,7$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 5,5$ m. Izračunajte period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 3,05$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{array}{ll} t_{nv1} = 6:06 & v_{nv} = 1,1 \text{ m} \\ t_{vv} = 11:57 & v_{vv} = 7,7 \text{ m} \\ t_{nv2} = 18:26 & v_{nv} = 1,0 \text{ m} \end{array}$$

$$y_{min} = (T + UKC) - dk = (6,7 + 3,05) - 5,5 = 4,25 \text{ m}$$

$$a_1 = \frac{(v_{vv} + v_{nv1})}{2} = \frac{7,7 + 1,1}{2} = 4,4$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv} - v_{nv1})}{2} = \frac{7,7 - 1,1}{2} = 3,3$$

$$\cos x_1 = \frac{(y_{min} - a_1)}{b_1} = \frac{(4,25 - 4,4)}{3,3} = -0,045454545 \quad x_1 = 92,6^\circ$$

$$tx_1 = t_{vv} - \left(\left(\frac{x_1}{180} \right) \cdot (t_{vv} - t_{nv1}) \right) = 11:57 - \left(\left(\frac{92,6}{180} \right) \cdot (11:57 - 6:06) \right) = 11:57 - 3:01 = 8:56$$

$$a_2 = \frac{(v_{vv} + v_{nv2})}{2} = \frac{7,7 + 1,0}{2} = 4,35$$

$$b_2 = \frac{(v_{vv} - v_{nv2})}{2} = \frac{7,7 - 1,0}{2} = 3,35$$

$$\cos x_2 = \frac{(y_{min} - a_2)}{b_2} = \frac{(4,25 - 4,35)}{3,35} = -0,029850746 \quad x_2 = 91,7^\circ$$

$$tx_2 = t_{vv} + \left(\left(\frac{x_2}{180} \right) \cdot (t_{nv2} - t_{vv}) \right) = 11:57 + \left(\left(\frac{91,7}{180} \right) \cdot (18:26 - 11:57) \right) = 11:57 + 3:18 = 15:15$$

Brod može prijeći pličinu između 8:56 i 15:15.

Primjer 8.

Brod gaza $T = 9,0$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 6,6$ m. Izračunajte može li u vrijeme dolaska $td = 8:30$ brod prijeći pličinu i period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 0,5$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{array}{ll} t_{nv1} = 7:50 & v_{nv} = 0,2 \text{ m} \\ t_{vv} = 14:20 & v_{vv} = 4,6 \text{ m} \\ t_{nv2} = 21:02 & v_{nv} = 0,3 \text{ m} \end{array}$$

$$Xtd = \frac{180 \cdot (t_{vv} - td)}{(t_{vv} - t_{nv1})} = \frac{180 \cdot (14:20 - 8:30)}{(14:20 - 7:50)} = 161,5^\circ$$

$$a_1 = \frac{(v_{vv} + v_{nv1})}{2} = \frac{(4,6 + 0,2)}{2} = 2,4$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv} - v_{nv1})}{2} = \frac{(4,6 - 0,2)}{2} = 2,2$$

$$Ytd = a + b \cdot \cos Xtd = 2,4 + 2,2 \cdot \cos 147,7^\circ = 0,3 \text{ m}$$

$$y_{min} = (T + UKC) - dk = (9,0 + 0,5) - 6,6 = 2,9 \text{ m}$$

Brod na dolasku u 8:30 ne može ući u luku jer je visina plime manja od minimalne visine plime $ytd < y_{min}$.

$$a_1 = \frac{(v_{vv} + v_{nv1})}{2} = \frac{4,6 + 0,2}{2} = 2,4$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv} - v_{nv1})}{2} = \frac{4,6 - 0,2}{2} = 2,2$$

$$\cos x_1 = \frac{(y_{min} - a_1)}{b_1} = \frac{(2,9 - 2,4)}{2,2} = 0,227272727 \quad x_1 = 76,9^\circ$$

$$tx_1 = t_{vv} - \left(\left(\frac{x_1}{180} \right) \cdot (t_{vv} - t_{nv1}) \right) = 14:20 - \left(\left(\frac{76,9}{180} \right) \cdot (14:20 - 7:50) \right) = 14:20 - 2:47 = 11:33$$

$$a_2 = \frac{(v_{vv} + v_{nv2})}{2} = \frac{4,6 + 0,3}{2} = 2,45$$

$$b_2 = \frac{(v_{vv} - v_{nv2})}{2} = \frac{4,6 - 0,3}{2} = 2,15$$

$$\cos x_2 = \frac{(y_{min} - a_2)}{b_2} = \frac{(2,9 - 2,45)}{2,15} = 0,209302325 \quad x_2 = 77,9^\circ$$

$$tx_1 = t_{vv} - \left(\left(\frac{x_1}{180} \right) \cdot (t_{nv2} - t_{vv}) \right) = 14:20 + \left(\left(\frac{77,9}{180} \right) \cdot (21:02 - 14:20) \right) = 14:20 + 2:54 = 17:14$$

Brod može prijeći pličinu između 11:33 i 17:14.

Primjer 9.

Brod gaza $T = 9,0$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 7,0$ m. Izračunajte može li u vrijeme dolaska $td = 8:00$ brod proći pličinu i period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 0,5$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$t_{vv1} = 00:35 \quad v_{vv1} = 4,2 \text{ m}$$

$$t_{nv1} = 7:10 \quad v_{nv1} = 0,5 \text{ m}$$

$$t_{vv2} = 13:01 \quad v_{vv2} = 4,4 \text{ m}$$

$$t_{nv2} = 19:18 \quad v_{nv2} = 0,7 \text{ m}$$

$$y_{min} = (T + UKC) - dk = (9 + 0,5) - 7 = 2,5 \text{ m}$$

$$Xtd = \frac{180 \cdot (t_{vv2} - td)}{(t_{vv2} - t_{nv1})} = \frac{180 \cdot (13:01 - 8:00)}{(13:01 - 7:10)} = 154^\circ$$

$$a_1 = \frac{(v_{vv2} + v_{nv1})}{2} = \frac{4,4 + 0,5}{2} = 2,45$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv2} - v_{nv1})}{2} = \frac{4,4 - 0,5}{2} = 1,95$$

$$Ytd = a_1 + b_1 \cdot \cos Xtd = 2,4 + 2,2 \cdot \cos 154 = 0,7 \text{ m}$$

Brod na dolasku u 8:00 ne može ući u luku jer je visina plime manja od minimalne visine plime $ytd < y_{min}$.

$$\cos x_1 = \frac{(y_{min} - a_1)}{b_1} = \frac{(2,5 - 2,45)}{1,95} = 0,025641025 \quad x_1 = 89^\circ$$

$$tx_1 = t_{vv2} - \left(\left(\frac{x_1}{180} \right) \cdot (t_{vv2} - t_{nv1}) \right) = 13:01 - \left(\left(\frac{89}{180} \right) \cdot (13:01 - 7:10) \right) = 10:07$$

$$a_2 = \frac{(v_{vv2} + v_{nv2})}{2} = \frac{4,4 + 0,7}{2} = 2,55$$

$$b_2 = \frac{(v_{vv2} - v_{nv2})}{2} = \frac{4,4 - 0,7}{2} = 1,85$$

$$\cos x_2 = \frac{(y_{min} - a_2)}{b_2} = ((2,5 - 2,55)) / (1,85) = -0,027027027 \quad x_1 = 92^\circ$$

$$tx_2 = t_{vv} + \left(\left(\frac{x_2}{180} \right) \cdot (t_{nv} - t_{vv}) \right) = 13:01 + \left(\left(\frac{92}{180} \right) \cdot (19:18 - 13:01) \right) = 16:13$$

Brod može prijeći pličinu između 10:07 i 16:13.

Primjer 10.

Brod gaza 3,8 m s jarbolom čiji se vrh nalazi na $h = 17,2$ m iznad površine mora doplovio je pred ulaz u kanal Mali Ždrelec. Dubina kanala je $dk = 4,1$ m, a most je na visini od $l = 18$ m. U kojem vremenskom periodu brod može proći ako se zahtijeva da ispod dna ostane slobodno $UKC = 0,5$ m, a iznad jarbola također $AIR_{draft} = 0,5$ m?

$$t_{nv} = 3:12 \quad v_{nv} = 0,03 \text{ m}$$

$$t_{vv} = 19:06 \quad v_{vv} = 0,48 \text{ m}$$

$$y_{min1} = (T + UKC) - dk = (3,8 + 0,5) - 4,1 = 0,2 \text{ m}$$

$$a_1 = \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = 0,225$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = 0,225$$

$$\cos x_1 = \frac{(y_{min} - a_1)}{b_1} = \frac{(0,2 - 0,255)}{0,255} = -0,24444$$

$$x_1 = 104^\circ$$

$$tx_1 = t_{vv} - \left(\left(\frac{x_1}{180} \right) \cdot (t_{vv} - t_{nv}) \right) =$$

$$tx_1 = 19:06 - \left(\left(\frac{104}{180} \right) \cdot (19:06 - 3:12) \right) = 19:06 - 9:11 = 9:55 \rightarrow \text{Gaz}$$

Brod može proći kroz kanal po gasu od 9:55 jer je UKC veći od 0,5 metara.

$$y_{min2} = (l + AIR_{ukc}) - h = (18 - 0,5) - 17,2 = 0,3 \text{ m}$$

$$a_1 = \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = 0,225$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = 0,225$$

$$\cos x_2 = \frac{(y_{min2} - a)}{b} = \frac{(0,2 - 0,255)}{0,255} = 0,2$$

$$x_2 = 78^\circ$$

$$tx_1 = t_{vv} - \left(\frac{x_2}{180} \right) \cdot (t_{vv} - t_{nv}) =$$

$$tx_1 = 19:06 - \left(\frac{78}{180} \right) \cdot (19:06 - 3:12) = 19:06 - 6:53 = 12:13 \rightarrow \text{Aircraft}$$

Brod može proći kroz kanal do 12:13 jer će nakon toga vremena AIR_{draft} biti manji od 0,5 metara.

Primjer 11.

Brod je u večernjim satima s teškim teretom doplovio u luku Pula u $td = 18:20$. Dubina karte je $dk = 2,4$ m. Može li brod pristati ako je gaz broda $T = 2,1$ m, a minimalni UKC = 0,5 m?

$$t_{nv} = 15:51 \quad v_{nv} = -0,07 \text{ m}$$

$$t_{vv} = 22:53 \quad v_{vv} = 0,63 \text{ m}$$

$$y_{min} = (T + UKC) - dk = 0,2 \text{ m}$$

$$a_1 = \frac{(v_{vv} + v_{nv})}{2} = 0,28$$

$$b_1 = \frac{(v_{vv} - v_{nv})}{2} = 0,35$$

$$x_{td} = \frac{180 \cdot (t_{vv} - td)}{(t_{vv} - t_{nv})} = 116^\circ$$

$$y_{td} = a + b \cos x_{td} = 0,19 \text{ m}$$

Brod na dolasku u 18:20 ne može ući u luku jer je visina plime manja od minimalne visine plime $y_{td} < y_{min}$.

9.1. Zadatci za vježbu:

1. Brod gaza $T = 9,5$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 6,6$ m. Izračunajte period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 0,5$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{aligned} t_{vv} &= 14:20 & v_{vv} &= 4,6 \text{ m} \\ t_{nv} &= 21:02 & v_{nv} &= 0,2 \text{ m} \\ tx_1 &= 11:27 & tx_2 &= 17:13 \end{aligned}$$

2. Brod gaza $T = 7,2$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 6,5$ m. Izračunajte period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 1,5$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{aligned} t_{nv} &= 12:13 & v_{nv} &= 0,8 \text{ m} \\ t_{vv} &= 18:25 & v_{vv} &= 5,6 \text{ m} \\ tx_1 &= 9:57 & tx_2 &= 14:35 \end{aligned}$$

3. Brod gaza $T = 8,3$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 7,0$ m. Izračunajte može li u vrijeme dolaska $td = 15:00$ brod proći pličinu i period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 1,5$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{aligned} t_{nv} &= 10:30 & v_{nv} &= 0,5 \text{ m} \\ t_{vv} &= 17:12 & v_{vv} &= 3,8 \text{ m} \end{aligned}$$

brod može prijeći pličinu

4. Brod gaza $T = 7,5$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 5,5$ m. Izračunajte period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 1,0$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{aligned} t_{nv1} &= 00:55 & v_{nv} &= 6,6 \text{ m} \\ t_{vv1} &= 7:21 & v_{vv} &= 1,2 \text{ m} \\ t_{nv2} &= 12:20 & v_{nv} &= 6,5 \text{ m} \\ t_{vv2} &= 18:25 & v_{vv} &= 1,2 \text{ m} \\ tx_1 &= 10:17 & tx_2 &= 16:44 \end{aligned}$$

5. Brod gaza $T = 12,0$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 9,6$ m. Izračunajte period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 1,0$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{aligned}t_{nv1} &= 9:00 & v_{nv} &= 0,9 \text{ m} \\t_{vv} &= 15:15 & v_{vv} &= 6,2 \text{ m} \\t_{nv2} &= 21:32 & v_{nv} &= 0,8 \text{ m} \\tx_1 &= 11:17 & tx_2 &= 19:46\end{aligned}$$

6. Brod gaza $T = 9,0$ m treba prijeći preko pličine na dubini $dk = 7,0$ m. Izračunajte može li u vrijeme dolaska $td = 9:30$ brod proći pličinu i period prolaza preko pličine uz preostalu dubinu ispod kobilice od $UKC = 0,5$ m ako su za taj dan dostupni sljedeći podatci iz tablica morskih mijena:

$$\begin{aligned}t_{nv} &= 7:30 & v_{nv} &= 0,5 \text{ m} \\t_{vv} &= 13:48 & v_{vv} &= 4,8 \text{ m} \\tx_1 &= 11:15 & tx_2 &= 16:36\end{aligned}$$

Račun mjerenja udaljenosti



Primjer 1.

Izračunajte udaljenost d na kojoj će se vidjeti svjetionik ako je visina svjetionika $h_1 = 54$ m, a visina oka promatrača $h_2 = 15$ m.

$$d = 2,08 \sqrt{h_1} + 2,08 \sqrt{h_2} = 2,08 \sqrt{54} + 2,08 \sqrt{15} = 23,34 \text{ M}$$

Primjer 2.

Izračunajte udaljenost d od promatranog brda čija je visina $h_1 = 338$ m, ako je izmjeren vertikalni kut $\alpha = 1^\circ 31'$, visina oka promatrača $h_2 = 13$ m. Vertikalni kut izmjeren je sekstantom čija indeksna pogreška iznosi $ki = -0,5''$, a greška ekscentriteta iznosi $ke = -0,5''$.

$$\alpha' = \alpha + (ki) + (ke) = 1^\circ 31' + (-0,5'') + (-0,5'') = 1^\circ 30' = 90'$$

$$d = 1,86 \frac{h_1}{\alpha'} = 1,86 \frac{338}{90} = 6,985 \text{ M}$$

Primjer 3.

Izračunajte udaljenost otoka čija je duljina $2,5$ M, a izmjereni horizontalni kut iznosi $\alpha = 12^\circ$.

$$d = \frac{l}{2 \sin \frac{\alpha'}{2}} = \frac{2,5}{2 \sin \frac{12}{2}} = \frac{2,5}{0,209056926} = 11,96 \text{ M}$$

ili

$$d = 57,3 \frac{l}{\alpha} = 57,3 \frac{2,5}{12} = 11,94 \text{ M}$$

Primjer 4.

Izračunajte udaljenost u trenu obaju promatranja od objekta koji se dva puta smjera u različiti vremena sa sljedećim pramčanim kutovima:

$$\begin{aligned} t_1 &= 9:15 & L_1 &= 025^\circ \\ t_2 &= 9:36 & L_2 &= 052^\circ \end{aligned}$$

U trenutku promatranja brod je plovio u kursu $K = 070^\circ$, brzinom od $v = 14$ čvorova.

$$D = v \cdot t = 14 \cdot \left(\frac{9:36 - 9:15}{60} \right) = 4,9 \text{ M}$$

Udaljenost d_1 u trenu prvog promatranja:

$$d_1 = \frac{D \cdot \sin L_1}{\sin (L_2 - L_1)} = \frac{4,9 \cdot \sin 025^\circ}{\sin (052^\circ - 025^\circ)} = 4,6 \text{ M}$$

Udaljenost d_2 u trenu drugog promatranja:

$$d_2 = d_1 \cdot \sin L_2 = 4,6 \cdot \sin 052^\circ = 3,6 \text{ M}$$

Primjer 5.

Izračunajte udaljenost i azimute u trenu obaju promatranja od objekta koji se dva puta smjera u različiti vremena sa sljedećim pramčanim kutovima:

$$\begin{aligned} t_1 &= 14:10 & L_1 &= 031^\circ \\ t_2 &= 14:35 & L_2 &= 053^\circ \end{aligned}$$

U trenutku promatranja brod je plovio u kursu $K = 248^\circ$, brzinom od $v = 14$ čvorova.

$$D = v \cdot t = 14 \cdot \left(\frac{14:35 - 14:10}{60} \right) = 5,83 \text{ M}$$

Udaljenost d_1 u trenu prvog promatranja:

$$d_1 = \frac{D \cdot \sin L_1}{\sin (L_2 - L_1)} = \frac{5,83 \cdot \sin 031^\circ}{\sin (053^\circ - 031^\circ)} = 4,6 \text{ M}$$

Udaljenost d_2 u trenu drugog promatranja:

$$d_2 = d_1 \cdot \sin L_2 = 8,02 \cdot \sin 053^\circ = 6,4 \text{ M}$$

Azimuti:

$$\omega_1 = K + L_1 = 248^\circ + 031^\circ = 279^\circ$$

$$\omega_2 = K + L_2 = 248^\circ + 053^\circ = 301^\circ$$

10.2. Zadaci za vježbu:

1. Izračunajte udaljenost d na kojoj će se vidjeti svjetionik ako je visina svjetionika $h_1 = 108$ m, a visina oka promatrača $h_2 = 12$ m.

$$d = 28,8 \text{ M}$$

2. Izračunajte udaljenost d na kojoj će se vidjeti svjetionik ako je visina svjetionika $h_1 = 28$ m, a visina oka promatrača $h_2 = 16$ m.

$$d = 19,3 \text{ M}$$

3. Izračunajte udaljenost d od promatranog brda čija je visina $h_1 = 417$ m, ako je izmjeren vertikalni kut $\alpha = 2^\circ 14'$, visina oka promatrača $h_2 = 14$ m. Vertikalni kut izmjeren je sekstantom čija indeksna pogreška iznosi $k_i = -0,5'$, a greška ekscentriteta iznosi $k_e = -0,5'$.

$$d = 5,8 \text{ M}$$

4. Izračunajte udaljenost d od promatranog brda čija je visina $h_1 = 417$ m, ako je izmjeren vertikalni kut $\alpha = 2^\circ 14'$, visina oka promatrača $h_2 = 14$ m. Vertikalni kut izmjeren je sekstantom čija indeksna pogreška iznosi $k_i = -0,5'$, a greška ekscentriteta iznosi $k_e = -0,5'$.

$$d = 5,8 \text{ M}$$

5. Izračunajte udaljenost otoka čija je duljina $0,5$ M, a izmjereni horizontalni kut iznosi $\alpha = 22^\circ$.

$$d = 1,3 \text{ M}$$

6. Izračunajte udaljenost otoka čija je duljina $2,2$ M, a izmjereni horizontalni kut iznosi $\alpha = 7^\circ$.

$$d = 18 \text{ M}$$

7. Izračunajte udaljenost i azimute u trenu obaju promatranja od objekta koji se dva puta smjera u razlici vremena sa sljedećim pramčanim kutovima:

$$\begin{aligned}t_1 &= 12:10 & L_1 &= 015^\circ \\t_2 &= 12:33 & L_2 &= 042^\circ\end{aligned}$$

U trenutku promatranja brod je plovio u kursu $K = 056^\circ$, brzinom od $v = 11$ čvorova.

$$d_1 = 2,4 \text{ M} \quad d_2 = 1,6 \text{ M}$$

8. Izračunajte udaljenost i azimute u trenu obaju promatranja od objekta koji se dva puta smjera u razlici vremena sa sljedećim pramčanim kutovima:

$$\begin{aligned}t_1 &= 7:42 & L_1 &= 021^\circ \\t_2 &= 7:50 & L_2 &= 050^\circ\end{aligned}$$

U trenutku promatranja brod je plovio u kursu $K = 115^\circ$, brzinom od $v = 18$ čvorova.

$$d_1 = 2,7 \text{ M} \quad d_2 = 2,0 \text{ M}$$

Plovidba pri zanošenju



Primjer 1.

Na pomorskoj karti ucrtan je $K_p = 077^\circ$. Ako vjetar puše iz smjera NNW ($337,5^\circ$), a iz dviju uzastopno određenih pozicija utvrđen je zanos od $Z = +5^\circ$ odredite kurs kroz vodu.

$$K = K_p - (\pm Z) = 077^\circ - 5^\circ = 072^\circ$$

Rješavanje zanosa broda koristeći se izrazima iz II. lokodromskog problema

Primjer 2.

Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 1$ dan 17 sati i 57 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 32^\circ 50,0' S$; $\lambda_1 = 020^\circ 01,0' W$) u kursu $K_p = 260^\circ$ brzinom od $v = 16$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 135^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 1,1$ čvor.

1. korak je izračun zbrojene pozicije bez utjecaja morske struje

$$D = v \cdot t = 16 \cdot \left(24 + 17 + \frac{57}{60}\right) = 671,2 \text{ M}$$

$$\Delta\varphi = D \cdot \cos K_p = 671,2 \cdot \cos 260^\circ = -116,2' = -01^\circ 56,6'$$

$$\varphi_z = \varphi_1 + \Delta\varphi = -32^\circ 50,0' + (-01^\circ 56,6') = -34^\circ 46,6'$$

$$\varphi_s = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = -32^\circ 50,0' + \left(\frac{-01^\circ 56,6'}{2}\right) = -33^\circ 48,3'$$

$$R = D \cdot \sin K_p = 671,2 \cdot \sin 260^\circ = -661 \text{ M}$$

$$\Delta\lambda = \frac{R}{\cos \varphi_1} = \frac{-661'}{\cos (-33^\circ 48,3')} = -795,5' = -013^\circ 15,5'$$

$$\lambda_z = \lambda_1 + \Delta\lambda = -020^\circ 01,0' + (-013^\circ 15,5') = -033^\circ 16,5'$$

$$\varphi_z = 34^\circ 46,6' S; \quad \lambda_z = 033^\circ 16,5' W$$

2. korak je izračun utjecaja morske struje na zbrojenu poziciju

$$D_{ms} = v_{ms} \cdot t = 16 \cdot \left(1,1 + 17 + \frac{57}{60}\right) = 46,15 \text{ M}$$

$$\Delta\varphi = D_{ms} \cdot \cos K_{ms} = 46,15 \cdot \cos 135^\circ = -32,63' = -00^\circ 32,6'$$

$$\varphi_z = \varphi_z + \Delta\varphi = -34^\circ 46,6' + (-00^\circ 32,6') = -35^\circ 19,2'$$

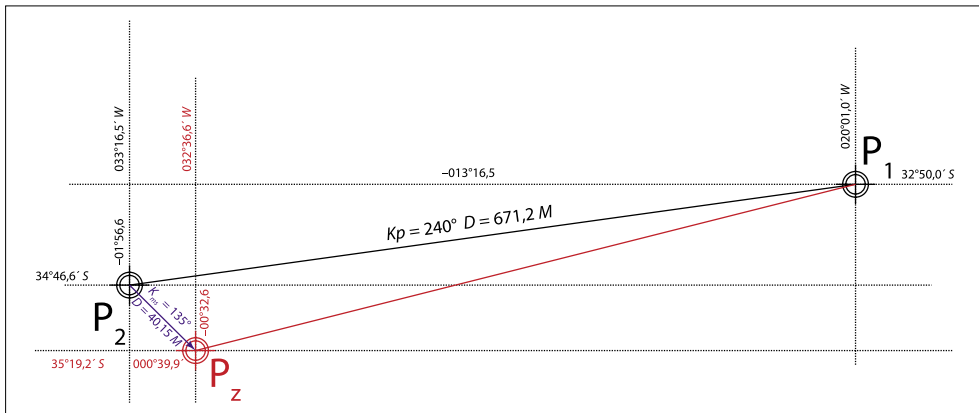
$$\varphi_s = \varphi_z + \frac{\Delta\varphi}{2} = -34^\circ 46,6' + \left(\frac{-00^\circ 32,6'}{2} \right) = -35^\circ 02,9'$$

$$R = D_{ms} \cdot \sin K_{ms} = 46,15 \cdot \sin 135^\circ = 32,63 \text{ M}$$

$$\Delta\lambda = \frac{R}{\cos \varphi_s} = \frac{32,63}{\cos (-35^\circ 02,9')} = 39,9' = +000^\circ 39,9'$$

$$\lambda_z = \lambda_z + \Delta\lambda = -033^\circ 16,5' + (+000^\circ 39,9') = -032^\circ 36,6'$$

$$\varphi_z = 35^\circ 19,2' \text{ S}; \quad \lambda_z = 032^\circ 36,6' \text{ W}$$



Slika 20: Grafički prikaz zbrojene pozicije pod utjecajem morske struje

Primjer 3.

Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 1$ dan 10 sati 30 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 33^\circ 15,0' \text{ N}$; $\lambda_1 = 076^\circ 10,0' \text{ W}$) u kursu $K_p = 075^\circ$ brzinom od $v = 15$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 030^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 2,5$ čvorova.

1. korak je izračun zbrojene pozicije bez utjecaja morske struje

$$D = v \cdot t = 15 \cdot \left(24 + 10 + \frac{30}{60} \right) = 517,5 \text{ M}$$

$$\Delta\varphi = D \cdot \cos K_p = 517,5 \cdot \cos 075^\circ = 133,9' = 02^\circ 13,9'$$

$$\varphi_z = \varphi_1 + \Delta\varphi = 33^\circ 15,0' + (02^\circ 13,9') = +35^\circ 28,9'$$

$$\varphi_s = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = 33^\circ 15,0' + \left(\frac{02^\circ 13,9'}{2} \right) = 34^\circ 22,0'$$

$$R = D \cdot \sin K_p = 517,5 \cdot \sin 075^\circ = 499,9 \text{ M}$$

$$\Delta\lambda = \frac{R}{\cos \varphi_s} = \frac{499,9}{\cos (34^\circ 22,0')} = 605,6' = 10^\circ 05,6'$$

$$\lambda_z = \lambda_1 + \Delta\lambda = -076^\circ 10,0' + (+010^\circ 05,6') = -066^\circ 04,4'$$

$$\varphi_z = 35^\circ 28,9' \text{ N}; \quad \lambda_z = 066^\circ 04,4' \text{ W}$$

2. korak je izračun utjecaja morske struje na zbrojenu poziciju

$$D_{ms} = v_{ms} \cdot t = 16 \cdot (2,5 + 17 + \frac{57}{60}) = 86,25 \text{ M}$$

$$\Delta\varphi = D_{ms} \cdot \cos K_{ms} = 86,25 \cdot \cos 030^\circ = 74,7' = +01^\circ 14,7'$$

$$\varphi_z = \varphi_z + \Delta\varphi = +35^\circ 28,9' + (+01^\circ 14,7') = +36^\circ 43,6'$$

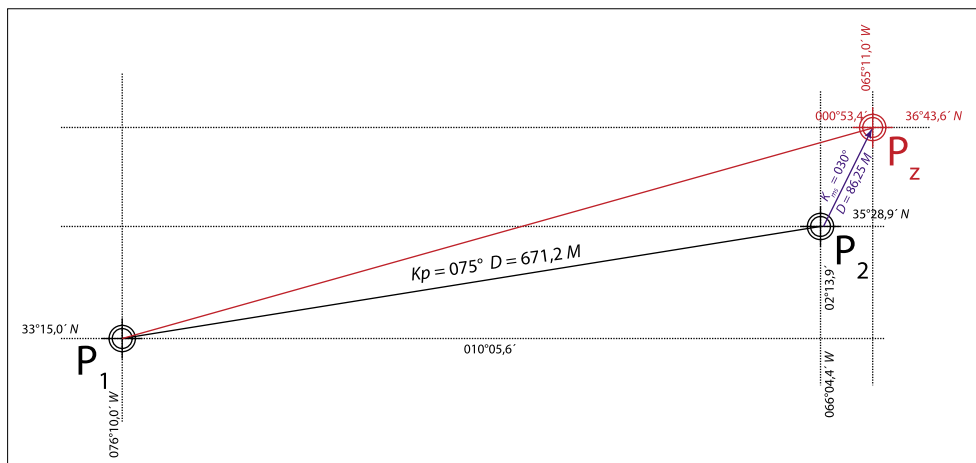
$$\varphi_s = \varphi_z + \frac{\Delta\varphi}{2} = +35^\circ 28,9' + \left(\frac{+01^\circ 14,7'}{2}\right) = +36^\circ 07,8'$$

$$R = D_{ms} \cdot \sin K_{ms} = 86,25 \cdot \sin 030^\circ = 43,1 \text{ M}$$

$$\Delta\lambda = \frac{R}{\cos \varphi_s} = \frac{43,1}{\cos (+36^\circ 07,8')} = 53,4' = +00^\circ 53,4'$$

$$\lambda_z = \lambda_z + \Delta\lambda = -066^\circ 04,4' + (+00^\circ 53,4') = -065^\circ 11,0'$$

$$\varphi_z = 36^\circ 43,6' \text{ N}; \quad \lambda_z = 065^\circ 11,0' \text{ W}$$



Slika 21: Grafički prikaz zbrojene pozicije pod utjecajem morske struje

11.2. Zadatci za vježbu:

1. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 1$ dan 2 sata i 20 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 27^\circ 12,0' N$; $\lambda_1 = 078^\circ 05,0' W$) u kursu $K_p = 055^\circ$ brzinom od $v = 13$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 025^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 3,0$ čvora.

$$\varphi_z = 31^\circ 57,1' N \quad \lambda_z = 071^\circ 51,4' W$$

2. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 8$ sati i 10 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 36^\circ 15,0' S$; $\lambda_1 = 019^\circ 10,0' E$) u kursu $K_p = 320^\circ$ brzinom od $v = 15$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 095^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 3,5$ čvorova.

$$\varphi_z = 34^\circ 43,7' S \quad \lambda_z = 018^\circ 07,8' E$$

3. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 15$ sati 25 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 35^\circ 12,0' S$; $\lambda_1 = 020^\circ 05,0' E$) u kursu $K_p = 105^\circ$ brzinom od $v = 12$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 075^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 2,5$ čvorova.

$$\varphi_z = 35^\circ 49,9' S \quad \lambda_z = 024^\circ 30,8' E$$

4. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 16$ sati 25 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 35^\circ 15,0' S$; $\lambda_1 = 084^\circ 10,0' E$) u kursu $K_p = 075^\circ$ brzinom od $v = 15$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 010^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 2,5$ čvorova.

$$\varphi_z = 33^\circ 30,9' S \quad \lambda_z = 079^\circ 12,0' W$$

5. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 1$ dan 2 sata i 50 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 03^\circ 45,0' N$; $\lambda_1 = 100^\circ 05,0' E$) u kursu $K_p = 340^\circ$ brzinom od $v = 10,5$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 125^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 3$ čvora.

$$\varphi_z = 07^\circ 23,6' N \quad \lambda_z = 101^\circ 48,4' E$$

6. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 3$ sata i 25 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 034^\circ 12,8' S$; $\lambda_1 = 017^\circ 44,2' E$) u kursu $K_p = 256^\circ$ brzinom od $v = 12$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 140^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 2,5$ čvorova.

$$\varphi_z = 34^\circ 29,2' S \quad \lambda_z = 017^\circ 02,5' E$$

7. Izračunajte zbrojenu poziciju nakon $t = 2$ sata i 45 minuta plovidbe, ako je brod krenuo iz pozicije P_1 ($\varphi_1 = 34^\circ 44,8' N$; $\lambda_1 = 129^\circ 13,2' E$) u kursu $K_p = 123^\circ$ brzinom od $v = 14$ čvorova pod utjecajem stalne morske struje iz smjera $K_{ms} = 210^\circ$ brzinom od $v_{ms} = 3$ čvora.

$$\varphi_z = 34^\circ 16,7' N \quad \lambda_z = 129^\circ 47,4' E$$

Plovidba po loksodromi



Pri plovidbi po loksodromi rješavaju se dva problemska zadatka:

1. loksodromski problem, koji predstavlja izračun kursa plovidbe K_p i udaljenosti D između poznatih pozicija polaska P_1 i dolaska P_2
2. loksodromski problem, koji predstavlja izračun pozicije dolaska P_2 na temelju poznate pozicije polaska P_1 , te kursa plovidbe K_p i udaljenosti D .

Rješavanje 1. loksodromskog problema

Primjer 1.

Odredite kurs plovidbe K_p i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 33^\circ 58,0' S$; $\lambda_1 = 025^\circ 38,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 06^\circ 30,0' S$; $\lambda_2 = 105^\circ 00,0' E$).

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -06^\circ 30,0' - (-33^\circ 58,0') = +27^\circ 28,0' = +1648'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = +105^\circ 00,0' - (+025^\circ 38,0') = +079^\circ 22,0' = +4762'$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_M &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-06^\circ 30,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-33^\circ 58,0'}{2} \right)} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (41^\circ 45,0')}{\operatorname{tg} (28^\circ 01,0')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,892534124}{0,532082616} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log (1,677435277) = 131,9284 \cdot (0,224645759) = 29^\circ 38,2' = 1778' \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{4762}{1778} = 2,678290214$$

1. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M > 0$; $\Delta\lambda > 0$) pa je $K = K_p$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{1648 \cdot \operatorname{tg} 69,5^\circ}{\sin 69,5^\circ} = 4706 \text{ M}$$

$$K = 69,5^\circ$$



Slika 22: Grafički prikaz loksodrome

Primjer 2.

Odredite kurs plovidbe K_p i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 35^\circ 05,0' N$; $\lambda_1 = 136^\circ 51,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 18^\circ 20,0' S$; $\lambda_2 = 070^\circ 20,0' W$).

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -18^\circ 20,0' - (+35^\circ 05,0') = -53^\circ 25,0' = -3205'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -070^\circ 20,0' - (+136^\circ 51,0') = -206^\circ 71,0' + 360^\circ = 152^\circ 49,0' = +9169'$$

$$\Delta\varphi_M = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-18^\circ 20,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{35^\circ 05,0'}{2} \right)} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (35^\circ 50,0')}{\operatorname{tg} (62^\circ 32,5')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,722107512}{1,924397689} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log (0,375238193) = 131,9284 \cdot (-0,425692963) = -56^\circ 09,7' = -3370'$$

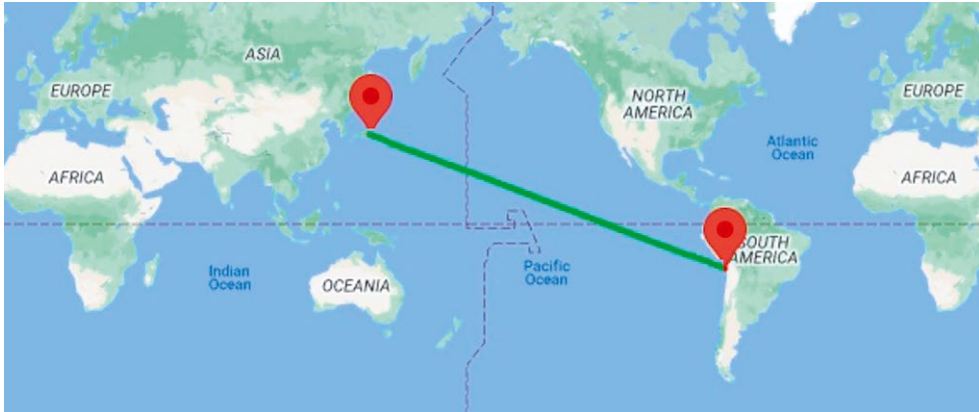
$$\operatorname{tg}_K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{9169}{-3370} = -2,720771513$$

$$K = -69,8^\circ$$

$$K_p = 180^\circ + K = 180^\circ + (-69,8^\circ) = 110,2^\circ$$

2. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M < 0$; $\Delta\lambda > 0$) pa je $K_p = 180^\circ + K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-3205 \cdot \operatorname{tg} -69,8^\circ}{\sin -69,8^\circ} = 9282 \text{ M}$$



Slika 23: Grafički prikaz loksodrome

Primjer 3.

Odredite kurs plovidbe K_p i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 06^\circ 57,0' N$; $\lambda_1 = 079^\circ 51,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 04^\circ 04,0' S$; $\lambda_2 = 039^\circ 39,0' E$).

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -04^\circ 04,0' - (+06^\circ 57,0') = -11^\circ 01,0' = -661'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = +039^\circ 39,0' - (+079^\circ 51,0') = -040^\circ 12,0' = -2412'$$

$$\Delta\varphi_M = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-04^\circ 04,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{06^\circ 57,0'}{2} \right)} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (42^\circ 58,0')}{\operatorname{tg} (48^\circ 28,5')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,931427995}{1,129301101} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log (0,824782686) = 131,9284 \cdot (-0,083660464) = -11^\circ 02,2' = -662'$$

$$\operatorname{tg}_K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{-2412}{-662} = 3,643504532$$

$$K = 74,7^\circ$$

$$Kp = 180^\circ + K = 180^\circ + (74,7^\circ) = 254,7^\circ$$

3. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M < 0$; $\Delta\lambda < 0$) pa je $Kp = 180^\circ + K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-661 \cdot \operatorname{tg} 74,7^\circ}{\sin 74,7^\circ} = 2505 \text{ M}$$



Slika 24: Grafički prikaz loksodrome

Primjer 4.

Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 30^\circ 20,0' N$; $\lambda_1 = 081^\circ 10,0' W$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 14^\circ 40,0' N$; $\lambda_2 = 017^\circ 30,0' W$).

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 14^\circ 40,0' - (+30^\circ 20,0') = -15^\circ 40,0' = -940'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -017^\circ 30,0' - (-081^\circ 10,0') = +063^\circ 40,0' = +3820'$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_M &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{14^\circ 40,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{30^\circ 20,0'}{2} \right)} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (52^\circ 20,0')}{\operatorname{tg} (60^\circ 10,0')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{1,295405678}{1,74374529} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log (0,742886983) = 131,9284 \cdot (-0,129077251) = -17^\circ 01,7' = -1022' \end{aligned}$$

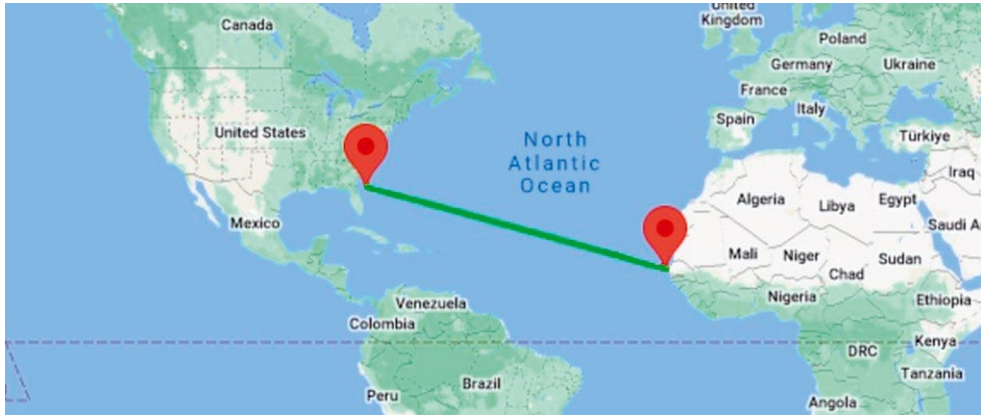
$$\operatorname{tg} K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{3820}{-1022} = -3,73776908$$

$$K = 75^\circ$$

$$K_p = 180^\circ + K = 180^\circ + (-75^\circ) = 105^\circ$$

3. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M < 0$; $\Delta\lambda < 0$) pa je $K_p = 180^\circ + K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-940 \cdot \operatorname{tg} 75^\circ}{\sin 75^\circ} = 3632 \text{ M}$$



Slika 25: Grafički prikaz loksodrome

Primjer 5.

Odredite kurs plovidbe K_p i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 33^\circ 39,0' \text{ N}$; $\lambda_1 = 007^\circ 36,0' \text{ W}$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 32^\circ 02,0' \text{ N}$; $\lambda_2 = 080^\circ 50,0' \text{ W}$).

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 32^\circ 02,0' - (+33^\circ 39,0') = -01^\circ 37,0' = -97'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -080^\circ 50,0' - (-007^\circ 36,0') = -073^\circ 14,0' = -4394'$$

$$\Delta\varphi_M = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{32^\circ 02,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{33^\circ 39,0'}{2} \right)} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg}(61^{\circ}01,0')}{\operatorname{tg}(61^{\circ}49,5')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{1,805286015}{1,866947691} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log(0,966971931) = 131,9284 \cdot (-0,014586132) = -01^{\circ}55,6' = -115'$$

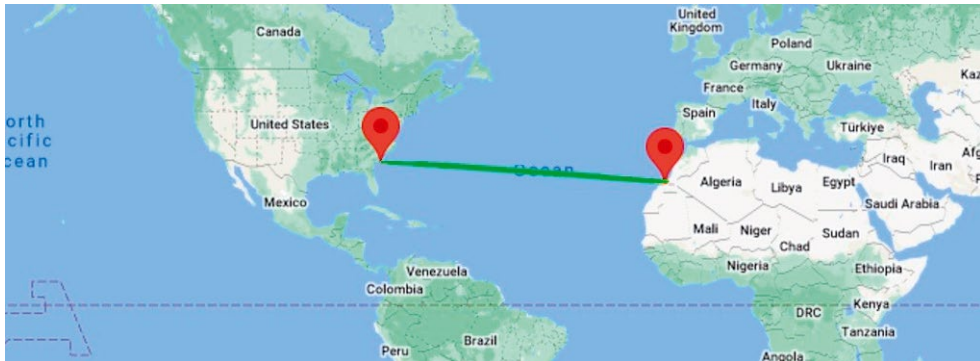
$$\operatorname{tg}_K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{-4394}{-115} = 38,20869565$$

$$K = 88,5^{\circ}$$

$$K_p = 180^{\circ} + K = 180^{\circ} + 88,5 = 268,5^{\circ}$$

2. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M < 0$; $\Delta\lambda > 0$) pa je $K_p = 180^{\circ} + K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-97 \cdot \operatorname{tg}(88,5^{\circ})}{\sin(88,5^{\circ})} = 3705 \text{ M}$$



Slika 26: Grafički prikaz loksodrome

Primjer 6.

Odredite kurs plovidbe K_p i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 13^{\circ}07,0' \text{ S}$; $\lambda_1 = 038^{\circ}23,0' \text{ W}$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 33^{\circ}53,0' \text{ S}$; $\lambda_2 = 018^{\circ}22,0' \text{ E}$).

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -33^{\circ}53,0' - (-13^{\circ}07,0') = -20^{\circ}46,0' = -1246'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = +018^{\circ}22,0' - (-038^{\circ}23,0') = +056^{\circ}46,0' = +3405'$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_M &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-33^\circ 53,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-13^\circ 07,0'}{2} \right)} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (28^\circ 03,5')}{\operatorname{tg} (38^\circ 26,5')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,533016082}{0,793774976} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log (0,671495195) = 131,9284 \cdot (-0,17295709) = -22^\circ 49,1' = -1369'\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{3405}{-1369} = -2,487216947$$

$$K = -68,1^\circ$$

$$K_p = 180^\circ + K = 180^\circ + (-68,1^\circ) = 111,9^\circ$$

2. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M > 0$; $\Delta\lambda > 0$) pa je $K_p = 180^\circ + K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-1246 \cdot \operatorname{tg} (-68,1^\circ)}{\sin (-68,1^\circ)} = 3341 \text{ M}$$



Slika 27: Grafički prikaz loksodrome

Rješavanje 2. loksodromskog problema

Primjer 1.

Odredite koordinate luke dolaska P_2 ako je P_1 ($\varphi_1 = 29^\circ 52,0' S$; $\lambda_1 = 031^\circ 03,0' E$), a kurs plovidbe $K_p = 120^\circ$ i udaljenost $D = 1780 M$.

$$\Delta\varphi = D \cdot \cos K = 1780 \cdot \cos 120^\circ = 1780 \cdot (-0,5) = -890' = -14^\circ 50'$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = -29^\circ 52,0' + (-14^\circ 50,0') = -44^\circ 42,0'$$

$$\Delta\varphi_M = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-44^\circ 42,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-29^\circ 52,0'}{2} \right)} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (22^\circ 39,0')}{\operatorname{tg} (30^\circ 04,0')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,417284069}{0,578902716} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log (0,720818985) = 131,9284 \cdot (-0,142173782) = -18^\circ 45,4' = -1125'$$

$$\Delta\lambda = \Delta\varphi_M \cdot \operatorname{tg} K = -1125 \cdot \operatorname{tg} 120^\circ = -1125 \cdot (-1,732050808) = 1949' = 032^\circ 28,5'$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 031^\circ 03,0' + (032^\circ 28,5') = 063^\circ 31,5'$$

Primjer 2.

Odredite koordinate luke dolaska P_2 ako je P_1 ($\varphi_1 = 34^\circ 55,0' S$; $\lambda_1 = 056^\circ 13,0' E$), a kurs plovidbe $K_p = 120^\circ$ i udaljenost $D = 1780 M$.

$$\Delta\varphi = D \cdot \cos K = 1690 \cdot \cos 074^\circ = 1690 \cdot (0,275637355) = 465,8' = 07^\circ 45,8'$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = -34^\circ 55,0' + (07^\circ 45,8') = -27^\circ 09,2'$$

$$\Delta\varphi_M = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-27^\circ 09,2'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-34^\circ 55,0'}{2} \right)} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg}(31^{\circ}25,4')}{\operatorname{tg}(27^{\circ}32,5')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,610906252}{0,521446657} \right) \\
 &= 131,9284 \cdot \log(1,171560395) = 131,9284 \cdot (0,068765) = 09^{\circ}04,3' = 544'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda &= \Delta\varphi_M \cdot \operatorname{tg} K = 544 \cdot \operatorname{tg} 74^{\circ} = 1897' = 031^{\circ}37,1' \\
 \lambda_2 &= \lambda_1 + \Delta\lambda = -056^{\circ}13,0' + (031^{\circ}37,1') = -024^{\circ}35,8'
 \end{aligned}$$

Određivanje pozicije broda na temelju zbrajanja kursova zbrojene pozicije

Primjer 1.

Izračunajte koordinate broda na temelju podataka o zbrojenoj poziciji ako je točka polaska P_1 ($\varphi_1 = 44^{\circ}00,0' N$; $\lambda_1 = 014^{\circ}40,0' E$), a brzina broda $v = 15$ čv. Podatci o zbrojenim pozicijama prikazani su u tablici:

	Vrijeme	Kk	Varijacija	Devijacija	Kp	D	$\Delta\varphi$	R
1	12:00	250°	-1,5°	+3°	251,5°	3	-1'	-2,8'
2	12:12	300°	-1,5°	+4°	302,5°	3,25	+1,7'	-2,7'
3	12:25	000°	-1,5°	+2°	000,5°	3,75	+3,7'	+0,1'
4	12:40	160°	-1,5°	-3,5°	155°	3,75	-3,4'	+1,6'
5	12:55	220°	-1,5°	+2°	220,5°	2,5	-1,9'	-1,6'
6	13:05	340°	-1,5°	+2,5°	341°	2,75	+2,6'	-0,9'
7	13:16	048°	-1,5°	0°	046,5°	7,5	+5,2'	+5,4'
							+6,9'	-0,9'

$$Kp = Kk + var + \sigma$$

$$\Delta\varphi = D \cdot \cos Kp$$

$$R = \Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} Kp$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = +44^{\circ}00,0' + (00^{\circ}06,9') = +44^{\circ}06,9'$$

$$\varphi_s = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = (44^{\circ}00,0' + 44^{\circ}06,9')/2 = 44^{\circ}03,5'$$

$$\Delta\lambda = \frac{R}{\cos \varphi_s} = \frac{-0,9'}{\cos (44^{\circ}03,5')} = -1,2'$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = +014^{\circ}40,0' + (-000^{\circ}01,2') = +014^{\circ}38,8'$$

12.2. Zadatci za vježbu:

1. Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 27^\circ 39,3' N$; $\lambda_1 = 082^\circ 48,1' W$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 19^\circ 12,2' N$; $\lambda_2 = 098^\circ 06,5' W$).

$$Kp = 239,5^\circ \quad D = 986,7 M$$

2. Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 12^\circ 44,2' N$; $\lambda_1 = 045^\circ 01,5' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 18^\circ 53,0' N$; $\lambda_2 = 072^\circ 48,4' E$).

$$Kp = 077,1^\circ \quad D = 1654,7 M$$

3. Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 27^\circ 24,1' S$; $\lambda_1 = 048^\circ 31,3' W$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 22^\circ 59,8' S$; $\lambda_2 = 043^\circ 07,5' W$).

$$Kp = 048,1^\circ \quad D = 395,7 M$$

4. Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 37^\circ 04,0' S$; $\lambda_1 = 174^\circ 27,2' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 33^\circ 50,0' S$; $\lambda_2 = 151^\circ 19,3' E$).

$$Kp = 279,7^\circ \quad D = 1151,9 M$$

5. Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 32^\circ 50,3' N$; $\lambda_1 = 034^\circ 57,1' E$), a kurs plovidbe $Kp = 280,3^\circ$ i udaljenost $D = 1030,7 M$.

$$\varphi_2 = 35^\circ 54,4' N \quad \lambda_2 = 014^\circ 33,9' E$$

6. Odredite kurs plovidbe Kp i udaljenost D između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 37^\circ 09,9' N$; $\lambda_1 = 011^\circ 05,9' E$), a kurs plovidbe $Kp = 280,3^\circ$ i udaljenost $D = 1030,7 M$.

$$\varphi_2 = 31^\circ 14,7' N \quad \lambda_2 = 029^\circ 52,6' E$$

Plovidba po ortodromi



Primjer 1.

Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 34^\circ 42,6' N$; $\lambda_1 = 140^\circ 16,2' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 24^\circ 52,2' S$; $\lambda_2 = 074^\circ 32,7' W$) izračunajte:

- loksodromski kurs
- loksodromsku udaljenost
- ortodromsku udaljenost i uštedu puta
- ortodromski kurs početni i završni
- kut presjecišta ortodrome s ekvatorom
- koordinate vrha ortodrome
- koordinate presjecišta ortodrome s ekvatorom
- međutočke za $\Delta\lambda = 25^\circ$.

• **Loksodromski kurs i udaljenost**

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -24^\circ 52,2' - (+34^\circ 42,6') = -59^\circ 34,8' = -3575'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -074^\circ 32,7' - (+140^\circ 16,2') = -241^\circ 48,9' + 360^\circ = +145^\circ 11,1' = +8711'$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_M &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-24^\circ 52,2'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{34^\circ 42,6'}{2} \right)} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (32^\circ 33,9')}{\operatorname{tg} (62^\circ 21,3')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,63866631}{1,909169979} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log (0,33452564) = 131,9284 \cdot (-0,475570589) = -62^\circ 44,5' = -3764' \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}_K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{8711}{-3764} = -2,314293305$$

$$K = -66,6^\circ$$

$$Kp = 180^\circ + K = 180^\circ + (-66,6^\circ) = 113,4^\circ$$

2. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M < 0$; $\Delta\lambda < 0$) pa je $Kp = 180^\circ + K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-3575 \cdot \operatorname{tg} (-66,6^\circ)}{\sin (-66,6^\circ)} = 9002 M$$

- **Ortodromska udaljenost i ušteda puta**

$$\begin{aligned} \cos Do &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Delta\lambda \\ \cos Do &= \sin (34^\circ 42,6') \cdot \sin (-24^\circ 52,2') + \cos (34^\circ 42,6') \cdot \cos (-24^\circ 52,2') \cdot \cos (145^\circ 11,1') \\ Do &= 148^\circ 24,4' \cdot 60 = 8904,4 \text{ M} \end{aligned}$$

- **Ušteda puta**

$$Ušteda = D - Do = 9002 - 8904,4 = 97,6 \text{ M}$$

- **Otrodromski kurs početni i završni**

$$\cos \alpha = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_1 \cdot \cos Do} = \frac{\sin (-24^\circ 52,2') - \sin (34^\circ 42,6') \cdot \cos (148^\circ 24,4')}{\cos (34^\circ 42,6') \cdot \cos (148^\circ 24,4')} = 0,149693593$$

$$\alpha = 81,4^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_2 \cdot \sin Do} = \frac{\sin (34^\circ 42,6') - \sin (-24^\circ 52,2') \cdot \cos (148^\circ 24,4')}{\cos (-24^\circ 52,2') \cdot \sin (148^\circ 24,4')} = 0,444335552$$

$$\beta = 63,6^\circ$$

- **Određivanje ortodromskog kursa:**

Plovidba na istok ($\Delta\lambda > 0$)

$$K_{pc} = \alpha$$

$$K_d = 180^\circ - \beta$$

Plovidba na zapad ($\Delta\lambda < 0$)

$$K_{pc} = 360^\circ - \alpha$$

$$K_d = 180^\circ + \beta$$

$$K_{pc} = \alpha = 81,4^\circ$$

$$K_d = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 63,6^\circ = 116,4^\circ$$

- **Kut presjecišta ortodrome s ekvatorom**

$$\cos \delta = \cos \varphi_1 \cdot \sin (180 - a) = \cos (34^{\circ}42,6') \cdot \sin (180 - 81,4) = 0,812801913$$

$$\delta = 35,6^{\circ}$$

- **Izračun koordinata vrha ortodrome**

$$\cos \varphi_v = \sin a \cdot \cos \varphi_1 = \sin (81,4^{\circ}) \cdot \cos (34^{\circ}42,6') = 0,812801913$$

$$\varphi_v = 35^{\circ}37,8' \text{ N}$$

$$\cos \Delta\lambda_v = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_v} = \frac{\operatorname{tg} (34^{\circ}42,6')}{\operatorname{tg} (35^{\circ}37,8')} = 0,966471129$$

$$\Delta\lambda_v = 014^{\circ}52,7'$$

↓

predznak se stavi samostalno, na temelju predznaka vrijednosti $\Delta\lambda$

$$\lambda_v = \lambda_1 + \Delta\lambda_v = 140^{\circ}16,2' + (+014^{\circ}52,7') = 155^{\circ}08,9' \text{ E}$$

- **Izračun koordinata presjecišta s ekvatorom**

$$\varphi_s = 00^{\circ}00,0'$$

$$\text{ako je } a < 180^{\circ} \rightarrow \lambda_s = \lambda_v + 90^{\circ}$$

$$\text{ako je } a > 180^{\circ} \rightarrow \lambda_s = \lambda_v - 90^{\circ}$$

$$\lambda_s = \lambda_v + 90 = +155^{\circ}08,9' + 90 = 245^{\circ}08,9' - 360^{\circ} = 114^{\circ}51,1' \text{ W}$$

- **Izračun međutočki na ortodromi za $\Delta\lambda = 25^{\circ}$ od vrha ortodrome**

$$\operatorname{tg} \varphi_{M1} = \cos \Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 25^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 35^{\circ}37,8' = 0,649570686$$

$$\varphi_{M1} = 33^{\circ}00,4' \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{M_1} &= \lambda_v + \Delta\lambda_M = 155^\circ 08,9' + 25^\circ = 179^\circ 51,1' \text{ W} \\ \operatorname{tg} \varphi_{M_2} &= \cos 2\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 50^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ 37,8' = 0,4606999 \\ \varphi_{M_2} &= 24^\circ 44,1' \text{ N} \\ \lambda_{M_2} &= \lambda_v + 2\Delta\lambda_M = 155^\circ 08,9' + 50^\circ = 154^\circ 51,1' \text{ W} \\ \operatorname{tg} \varphi_{M_3} &= \cos 3\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 75^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ 37,8' = 0,185501291 \\ \varphi_{M_3} &= 10^\circ 30,5' \text{ N} \\ \lambda_{M_3} &= \lambda_v + 3\Delta\lambda_M = 155^\circ 08,9' + 75^\circ = 129^\circ 51,1' \text{ W} \\ \operatorname{tg} \varphi_{M_4} &= \cos 4\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 100^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ 37,8' = -0,12445746 \\ \varphi_{M_4} &= 07^\circ 05,7' \text{ S} \\ \lambda_{M_4} &= \lambda_v + 4\Delta\lambda_M = 155^\circ 08,9' + 100^\circ = 104^\circ 51,1' \text{ W} \\ \operatorname{tg} \varphi_{M_5} &= \cos 5\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 125^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ 37,8' = -0,411094823 \\ \varphi_{M_5} &= 22^\circ 20,8' \text{ S} \\ \lambda_{M_5} &= \lambda_v + 5\Delta\lambda_M = 155^\circ 08,9' + 125^\circ = 079^\circ 51,1' \text{ W} \end{aligned}$$



Slika 28: Grafički prikaz loksodrome i ortodrome

Primjer 2.

Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 36^\circ 02,0' \text{ S}$; $\lambda_1 = 040^\circ 08,0' \text{ E}$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 36^\circ 02,0' \text{ S}$; $\lambda_2 = 059^\circ 21,0' \text{ W}$) izračunajte:

- loksodromski kurs
- loksodromsku udaljenost
- ortodromsku udaljenost i uštedu puta
- ortodromski kurs početni i završni

- koordinate vrha ortodrome
- međutočke za $\Delta\lambda = 15^\circ$.

- **Loksodromski kurs i udaljenost**

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 = -36^\circ 02,0' - (-36^\circ 02,0') = 00^\circ 00,0' \\ \Delta\lambda &= \lambda_2 - \lambda_1 = -059^\circ 21,0' - (+040^\circ 08,0') = -099^\circ 29,0' = -5969'\end{aligned}$$

Kako su pozicija polaska i dolaska na istoj geografskoj širini, koristimo se sljedećim postupkom:

$$\begin{aligned}K_L &= 270^\circ \rightarrow \text{plovidba na zapad (jer je } \Delta\lambda < 0) \\ D = R &= \Delta\lambda \cdot \cos \varphi = -5969 \cdot \cos(-36^\circ 02,0') = 4827 \text{ M}\end{aligned}$$

- **Ortodromska udaljenost i ušteda puta**

$$\begin{aligned}\cos Do &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Delta\lambda \\ \cos Do &= \sin(-36^\circ 02,0') \cdot \sin(-36^\circ 02,0') + \cos(-36^\circ 02,0') \cdot \cos(-36^\circ 02,0') \cdot \cos \\ &\quad (-099^\circ 29,0') \\ Do &= 076^\circ 12,8' \cdot 60 = 4572,8 \text{ M}\end{aligned}$$

- **Ušteda puta**

$$U\text{šteda} = D - Do = 4827 - 4572,8 = 254,2 \text{ M}$$

- **Otodromski kurs početni i završni**

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_2 \cdot \sin Do} = \frac{\sin(-36^\circ 02,0') - \sin(-36^\circ 02,0') \cdot \cos(076^\circ 12,8')}{\cos(-36^\circ 02,0') \cdot \sin(076^\circ 12,8')} = -0,570516064 \\ \alpha &= 124,8^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \beta &= \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_1 \cdot \sin Do} = \frac{\sin(-36^\circ 02,0') - \sin(-36^\circ 02,0') \cdot \cos(076^\circ 12,8')}{\cos(-36^\circ 02,0') \cdot \sin(076^\circ 12,8')} = -0,570516064 \\ \beta &= 124,8^\circ\end{aligned}$$

• **Određivanje ortodromskog kursa:**

Plovidba na istok ($\Delta\lambda > 0$)

$$K_{p\check{c}} = \alpha$$

$$K_d = 180^\circ - \beta$$

Plovidba na zapad ($\Delta\lambda < 0$)

$$K_{p\check{c}} = 360^\circ - \alpha$$

$$K_d = 180^\circ + \beta$$

$$K_{p\check{c}} = 360 - \alpha = 235,2^\circ$$

$$K_d = 180^\circ + \beta = 304,8^\circ$$

• **Izračun koordinata vrha ortodrome**

$$\cos \varphi_v = \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 = \sin (124,8^\circ) \cdot \cos (-36^\circ 02,0') = 0,664042752$$

$$\varphi_v = 48^\circ 23,4' S$$

$$\cos \Delta\lambda_v = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_v} = \frac{\operatorname{tg} (-36^\circ 02,0')}{\operatorname{tg} (-48^\circ 23,4')} = 0,646071229$$

$$\Delta\lambda_v = 049^\circ 45,1'$$

↓

predznak se stavi samostalno, na temelju predznaka vrijednosti $\Delta\lambda$

$$\lambda_v = \lambda_1 + \Delta\lambda_v = 040^\circ 08,0' + (-49^\circ 45,1') = 009^\circ 37,1' W$$

• **Izračun međutočki na ortodromi za $\Delta\lambda = 10^\circ$ od vrha ortodrome**

$$\operatorname{tg} \varphi_{M1,2} = \cos \Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 10^\circ \cdot \operatorname{tg} (-48^\circ 23,4') = -1,108825812$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M1,2} = 47^\circ 57,2' S$$

$$\lambda_{M1} = \lambda_v + \Delta\lambda_M = -009^\circ 37,1' + 10^\circ = 000^\circ 22,9' E$$

$$\lambda_{M2} = \lambda_v - \Delta\lambda_M = -009^\circ 37,1' - 10^\circ = 019^\circ 37,1' W$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M3,4} = \cos 2\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 20^\circ \cdot \operatorname{tg} (-48^\circ 23,4') = -1,058029275$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M3,4} = 46^\circ 36,9' S$$

$$\lambda_{M3} = \lambda_v + 2\Delta\lambda_M = -009^\circ 37,1' + 20^\circ = 010^\circ 22,9' E$$

$$\lambda_{M4} = \lambda_v - 2\Delta\lambda_M = -009^\circ 37,1' - 20^\circ = 029^\circ 37,1' W$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M5,6} = \cos 3\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} (-48^\circ 23,4') = -0,975085054$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M5,6} = 44^\circ 16,6' S$$

$$\lambda_{M5} = \lambda_v + 3\Delta\lambda_M = -009^\circ 37,1' + 30^\circ = 020^\circ 22,9' E$$

$$\begin{aligned}\lambda_{M6} &= \lambda_v - 3\Delta\lambda_M = -009^{\circ} 37,1' - 30^{\circ} = 039^{\circ} 37,1' W \\ \operatorname{tg} \varphi_{M7,8} &= \cos 4\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 40^{\circ} \cdot \operatorname{tg} (-48^{\circ} 23,4') = -0,862513367 \\ \varphi_{M7,8} &= 40^{\circ} 46,8' S \\ \lambda_{M7} &= \lambda_v + 4\Delta\lambda_M = -009^{\circ} 37,1' + 40^{\circ} = 030^{\circ} 22,9' E \\ \lambda_{M8} &= \lambda_v - 4\Delta\lambda_M = -009^{\circ} 37,1' - 40^{\circ} = 049^{\circ} 37,1' W\end{aligned}$$



Slika 29: Grafički prikaz loksodrome i ortodrome

Primjer 3.

Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 13^{\circ} 00,0' N$; $\lambda_1 = 125^{\circ} 00,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 37^{\circ} 45,0' N$; $\lambda_2 = 122^{\circ} 30,0' W$) izračunajte:

- loksodromski kurs
- loksodromsku udaljenost
- ortodromsku udaljenost i uštedu puta
- ortodromski kurs početni i završni
- koordinate vrha ortodrome
- međutočke za $\Delta\lambda = 10^{\circ}$.

• **Loksodromski kurs i udaljenost**

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 37^\circ 45,0' - (13^\circ 00,0') = 24^\circ 45,0' = 1485'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -122^\circ 30,0' - (125^\circ 00,0') = -247^\circ 30,0' + 360^\circ = 112^\circ 30,0' = 6750'$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_M &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{37^\circ 45,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{13^\circ 00,0'}{2} \right)} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (63^\circ 52,5')}{\operatorname{tg} (51^\circ 30,0')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{2,039001567}{1,257172299} \right) \\ &= 131,9284 \cdot \log (1,621895081) = 131,9284 \cdot (0,210022756) = 27^\circ 42,5' = 1663' \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}_K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{6750}{1663} = 4,058929645$$

$$K = 76,2^\circ$$

1. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M > 0$; $\Delta\lambda > 0$) pa je $K_p = K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{1485 \cdot \operatorname{tg} (76,2^\circ)}{\sin (76,2^\circ)} = 6226 \text{ M}$$

• **Ortodromska udaljenost i ušteda puta**

$$\begin{aligned} \cos Do &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Delta\lambda \\ \cos Do &= \sin (13^\circ 00,0') \cdot \sin (37^\circ 45,0') + \cos (13^\circ 00,0') \cdot \cos (37^\circ 45,0') \cdot \cos (112^\circ 30,0') \\ Do &= 099^\circ 02,3' \cdot 60 = 5942,4 \text{ M} \end{aligned}$$

• **Ušteda puta**

$$Ušteda = D - Do = 6226 - 5942,4 = 283,6 \text{ M}$$

- **Otodromski kurs početni i završni**

$$\cos \alpha = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_2 \cdot \sin Do} = \frac{\sin (37^\circ 45,0') - \sin (13^\circ 00,0') \cdot \cos (099^\circ 02,3')}{\cos (13^\circ 00,0') \cdot \sin (099^\circ 02,3')} = 0,672945042$$

$$\alpha = 47,7^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_2 \cdot \sin Do} = \frac{\sin (13^\circ 00,0') - \sin (37^\circ 45,0') \cdot \cos (099^\circ 02,3')}{\cos (37^\circ 45,0') \cdot \sin (099^\circ 02,3')} = 0,411242169$$

$$\beta = 65,7^\circ$$

- **Određivanje ortodromskog kursa:**

Plovidba na istok ($\Delta\lambda > 0$)

$$K_{p\check{c}} = \alpha$$

$$K_d = 180^\circ - \beta$$

Plovidba na zapad ($\Delta\lambda < 0$)

$$K_{p\check{c}} = 360^\circ - \alpha$$

$$K_d = 180^\circ + \beta$$

$$K_{p\check{c}} = \alpha = 47,7^\circ$$

$$K_d = 180^\circ - \beta = 114,3^\circ$$

- **Izračun koordinata vrha ortodrome**

$$\cos \varphi_v = \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 = \sin (47,7^\circ) \cdot \cos (13^\circ 00,0') = 0,720674397$$

$$\varphi_v = 43^\circ 53,4' N$$

$$\cos \Delta\lambda_v = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_v} = \frac{\operatorname{tg} (13^\circ 00,0')}{\operatorname{tg} (43^\circ 53,4')} = 0,239991367$$

$$\Delta\lambda_v = 076^\circ 06,8'$$

↓

predznak se stavi samostalno, na temelju predznaka vrijednosti $\Delta\lambda$

$$\lambda_v = \lambda_1 + \Delta\lambda_v = 125^\circ 00,0' + (076^\circ 06,8') = 201^\circ 06,8' - 360^\circ = 158^\circ 53,2' W$$

- Izračun međutočki na ortodromi za $\Delta\lambda_v = 15^\circ$ od vrha ortodrome

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{1,2}} &= \cos \Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 15^\circ \cdot \operatorname{tg} (43^\circ 53,4') = 0,929206539 \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{1,2}} &= 42^\circ 53,9' \text{ N} \\
 \lambda_{M_1} &= \lambda_v + \Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' + 15^\circ = 143^\circ 53,2' \text{ W} \\
 \lambda_{M_2} &= \lambda_v - \Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' - 15^\circ = 173^\circ 53,2' \text{ W} \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{3,4}} &= \cos 2\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} (43^\circ 53,4') = 0,833103792 \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{3,4}} &= 39^\circ 47,9' \text{ N} \\
 \lambda_{M_3} &= \lambda_v + \Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' + 30^\circ = 128^\circ 53,2' \text{ W} \\
 \lambda_{M_4} &= \lambda_v - \Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' - 30^\circ = 171^\circ 06,8' \text{ E} \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{5,6}} &= \cos 3\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 45^\circ \cdot \operatorname{tg} (43^\circ 53,4') = 0,680226397 \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_6} &= 34^\circ 13,5' \text{ N} \\
 \lambda_{M_6} &= \lambda_v - 3\Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' - 45^\circ = 156^\circ 06,8' \text{ E} \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_8} &= \cos 4\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 60^\circ \cdot \operatorname{tg} (43^\circ 53,4') = 0,480992698 \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{7,8}} &= 25^\circ 41,2' \text{ N} \\
 \lambda_{M_8} &= \lambda_v + 4\Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' - 60^\circ = 141^\circ 06,8' \text{ E} \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{10}} &= \cos 5\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_v = \cos 75^\circ \cdot \operatorname{tg} (43^\circ 53,4') = 0,248980142 \\
 \operatorname{tg} \varphi_{M_{7,8}} &= 13^\circ 58,9' \text{ N} \\
 \lambda_{M_{10}} &= \lambda_v - 4\Delta\lambda_M = -158^\circ 53,2' - 75^\circ = 126^\circ 06,8' \text{ E}
 \end{aligned}$$



Slika 30: Grafički prikaz loksodrome i ortodrome

Primjer 4.

Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 43^\circ 17,0' S$; $\lambda_1 = 147^\circ 42,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 52^\circ 40,0' S$; $\lambda_2 = 074^\circ 50,0' W$) izračunajte:

- loksodromski kurs
- loksodromsku udaljenost
- ortodromsku udaljenost i uštedu puta
- ortodromski kurs početni i završni
- koordinate vrha ortodrome
- ako vrh prelazi $\varphi_v = 60^\circ S$, izračunati kompozitni put
- međutočke za $\Delta\lambda = 10^\circ$.

• **Loksodromski kurs i udaljenost**

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -52^\circ 40,0' - (-43^\circ 17,0') = -09^\circ 23,0' = -563'$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -074^\circ 50,0' - (147^\circ 42,0') = -222^\circ 32,0' + 360^\circ = 137^\circ 28,0' = 8248'$$

$$\Delta\varphi_M = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-52^\circ 40,0'}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{-43^\circ 17,0'}{2} \right)} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log \left(\frac{\operatorname{tg} (18^\circ 40,0')}{\operatorname{tg} (23^\circ 21,5')} \right) = 131,9284 \cdot \log \left(\frac{0,337833023}{0,431875511} \right)$$

$$= 131,9284 \cdot \log (0,782246304) = 131,9284 \cdot (-0,10665648) = -14^\circ 04,2' = -844'$$

$$\operatorname{tg}_K = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_M} = \frac{8248}{-844} = -9,772511848$$

$$K = -84,2^\circ$$

$$Kp = 180^\circ + (-K) = 180^\circ + (-84,2^\circ) = 95,8^\circ$$

2. kvadrant plovidbe ($\Delta\varphi_M < 0$; $\Delta\lambda > 0$) pa je $Kp = K$

$$D = \frac{\Delta\varphi \cdot \operatorname{tg} K}{\sin K} = \frac{-563 \cdot \operatorname{tg} (-84,2^\circ)}{\sin (-84,2^\circ)} = 5571 M$$

- **Ortodromska udaljenost i ušteda puta**

$$\begin{aligned} \cos Do &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Delta\lambda \\ \cos Do &= \sin(-43^\circ 17,0') \cdot \sin(-52^\circ 40,0') + \cos(-43^\circ 17,0') \cdot \cos(-52^\circ 40,0') \cdot \cos(137^\circ 28,0') \\ Do &= 077^\circ 18,1' \cdot 60 = 4638,1M \end{aligned}$$

- **Ušteda puta**

$$Ušteda = D - Do = 5571 - 4638,1 = 932,9 M$$

- **Otodromski kurs početni i završni**

$$\cos \alpha = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_1 \cdot \cos Do} = \frac{\sin(-52^\circ 40,0') - \sin(-43^\circ 17,0') \cdot \cos(077^\circ 18,1')}{\cos(-43^\circ 17,0') \cdot \sin(077^\circ 18,1')} = -0,907409813$$

$$\alpha = 155,1^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cdot \cos Do}{\cos \varphi_2 \cdot \sin Do} = \frac{\sin(-43^\circ 17,0') - \sin(-52^\circ 40,0') \cdot \cos(077^\circ 18,1')}{\cos(-52^\circ 40,0') \cdot \sin(077^\circ 18,1')} = -0,863437247$$

$$\beta = 149,7^\circ$$

- **Određivanje ortodromskog kursa:**

Plovidba na istok ($\Delta\lambda > 0$)

$$K_{p\check{c}} = \alpha$$

$$K_d = 180^\circ - \beta$$

Plovidba na zapad ($\Delta\lambda < 0$)

$$K_{p\check{c}} = 360^\circ - \alpha$$

$$K_d = 180^\circ + \beta$$

$$\begin{aligned} K_{p\check{c}} &= \alpha = 155,1^\circ \\ K_d &= 180^\circ - \beta = 30,3^\circ \end{aligned}$$

• **Izračun koordinata vrha ortodrome**

$$\cos \varphi_v = \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 = \sin (155,1^\circ) \cdot \cos (-43^\circ 17,0') = 0,306502377$$

$$\varphi_v = 72^\circ 09,1' S$$

$$\cos \Delta\lambda_v = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_v} = \frac{\operatorname{tg} (-43^\circ 17,0')}{\operatorname{tg} (-72^\circ 09,1')} = 0,303256568$$

$$\Delta\lambda_v = 072^\circ 20,8'$$

↓

predznak se stavi samostalno, na temelju predznaka vrijednosti $\Delta\lambda$

$$\lambda_v = \lambda_1 + \Delta\lambda_v = 147^\circ 42,0' + (072^\circ 20,8') = 220^\circ 02,8' - 360^\circ = 139^\circ 55,2' W$$

• **Izračun koordinata graničnih točaka kompozitne plovidbe**

$$\varphi_{G1} = 60^\circ S \quad \varphi_{G2} = 60^\circ S$$

$$\cos \Delta\lambda_{G1} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_G} = \frac{\operatorname{tg} (-43^\circ 17,0')}{\operatorname{tg} (-60^\circ)} = 0,543750373$$

$$\Delta\lambda_{G1} = 57^\circ 03,6'$$

$$\cos \Delta\lambda_{G2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_G} = \frac{\operatorname{tg} (-52^\circ 40,0')}{\operatorname{tg} (-60^\circ)} = 0,756966583$$

$$\Delta\lambda_{G2} = 40^\circ 48,1'$$

Ako je $\Delta\lambda > 0$ (E), onda računamo:

$$\lambda_{G1} = \lambda_1 + (\pm\Delta\lambda_{G1}) \quad \lambda_{G2} = \lambda_2 - (\pm\Delta\lambda_{G2})$$

Ako je $\Delta\lambda < 0$ (EW), onda računamo:

$$\lambda_{G1} = \lambda_1 - (\pm\Delta\lambda_{G1}) \quad \lambda_{G2} = \lambda_2 + (\pm\Delta\lambda_{G2})$$

$$\lambda_{G_1} = \lambda_1 + (\pm \Delta \lambda_{G_1}) = +147^\circ 42,0' + (+57^\circ 03,6') = 204^\circ 46,6' - 360^\circ = -155^\circ 15,4'$$

$$\lambda_{G_2} = \lambda_2 - (\pm \Delta \lambda_{G_2}) = -074^\circ 50,0' - (+40^\circ 48,1') = -115^\circ 38,1'$$

• **Izračun udaljenosti kompozitne plovidbe**

Udaljenost od P_1 do G_1 ,

$$\cos Do_1 = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_G} = \frac{\sin (-43^\circ 17,0')}{\sin (-60^\circ)} = 0,791670337$$

$$Do_1 = 37^\circ 39,5' = 2259,5 \text{ M}$$

Plovidba po paraleli od G_1 do G_2

$$R = D_L = \Delta \lambda_G \cdot \cos \varphi_G = 2377,3' \cdot 0,5 = 1188,7 \text{ M}$$

$$\Delta \lambda_G = \lambda_1 - \lambda_2 = -115^\circ 38,1' - (-155^\circ 15,4') = 39^\circ 37,3' = 2377,3'$$

Udaljenost od G_2 do P_2

$$\cos Do_2 = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_G} = \frac{\sin (-52^\circ 40,0')}{\sin (-60^\circ)} = 0,918126411$$

$$Do_2 = 23^\circ 20,8' = 1400,8 \text{ M}$$

• **Početni i završni kurs po kompozitnoj plovidbi**

$$\cos \alpha = \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \operatorname{tg} Do_1 = \operatorname{tg} (-43^\circ 17,0') \cdot \operatorname{tg} (37^\circ 39,5') = -0,726814877$$

$$\alpha = 136,6^\circ$$

$$\cos \beta = \operatorname{tg} \varphi_2 \cdot \operatorname{tg} Do_2 = \operatorname{tg} (-52^\circ 40,0') \cdot \operatorname{tg} (23^\circ 20,8') = -0,565917226$$

$$\alpha = 124,5^\circ$$

Plovidba na istok ($\Delta \lambda > 0$)

$$K_{pc} = \alpha$$

$$K_d = 180^\circ - \beta$$

Plovidba na zapad ($\Delta \lambda < 0$)

$$K_{pc} = 360^\circ - \alpha$$

$$K_d = 180^\circ + \beta$$

$$K_{pc} = \alpha = 136,6^\circ$$

$$K_d = 180^\circ - \beta = 55,5^\circ$$

- Izračun međutočki na ortodromi za $\Delta\lambda = 15^\circ$ od graničnih točki

$$\operatorname{tg} \varphi_{M_{1,2}} = \cos \Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_G = \cos 15^\circ \cdot \operatorname{tg} (-60^\circ) = -1,673032607$$

$$\varphi_{M_{1,2}} = 59^\circ 07,9' S$$

$$\lambda_{M_1} = \lambda_{G_1} - \Delta\lambda_M = -155^\circ 15,4' - 15^\circ = 170^\circ 15,4' W$$

$$\lambda_{M_2} = \lambda_{G_2} + \Delta\lambda_M = -115^\circ 38,1' + 15^\circ = 100^\circ 38,1' W$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M_{3,4}} = \cos 2\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_G = \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} (-60^\circ) = -1,5$$

$$\varphi_{M_{3,4}} = 56^\circ 18,6' S$$

$$\lambda_{M_3} = \lambda_{G_1} - 2\Delta\lambda_M = -155^\circ 15,4' - 30^\circ = 174^\circ 44,6' E$$

$$\lambda_{M_4} = \lambda_{G_2} + 2\Delta\lambda_M = -115^\circ 38,1' + 30^\circ = 085^\circ 38,1' W$$

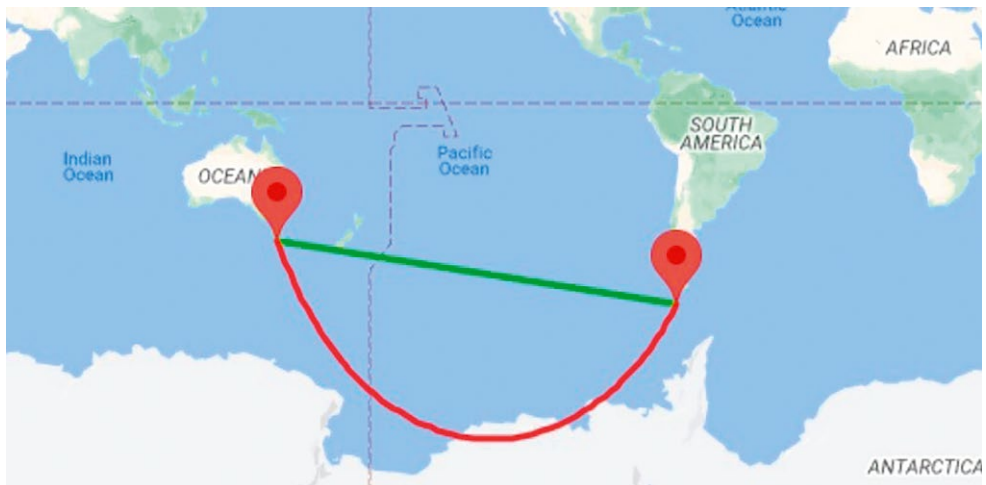
$$\operatorname{tg} \varphi_{M_{5,6}} = \cos 3\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_G = \cos 45^\circ \cdot \operatorname{tg} (-60^\circ) = -1,224744871$$

$$\varphi_{M_{5,6}} = 50^\circ 46,1' S$$

$$\lambda_{M_5} = \lambda_{G_1} - 3\Delta\lambda_M = -155^\circ 15,4' - 45^\circ = 159^\circ 44,6' E$$

$$\lambda_{M_6} = \lambda_{G_2} + 3\Delta\lambda_M = -115^\circ 38,1' + 45^\circ = 070^\circ 38,1' W$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{M_7} = \cos 4\Delta\lambda_M \cdot \operatorname{tg} \varphi_G = \cos 60^\circ \cdot \operatorname{tg} (-60^\circ) = -0,866025403$$



Slika 31: Grafički prikaz loksodrome i ortodrome

13.1. Zadatci za vježbu:

1. Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 13^\circ 00,0' N$; $\lambda_1 = 125^\circ 00,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 37^\circ 45,0' N$; $\lambda_2 = 122^\circ 30,0' W$) izračunajte:
 - loksodromski kurs (**76,2°**)
 - loksodromsku udaljenost (**6209,6 M**)
 - ortodromsku udaljenost i uštedu puta (**5942,4 M**)
 - ortodromski kurs početni i završni (**Kpč = 47,7°**; **Kd = 114,3°**)
 - koordinate vrha ortodrome ($\varphi = 43^\circ 53,4' N$; $\lambda = 158^\circ 53,2' W$)
 - međutočke za $\Delta\lambda = 15^\circ$.

2. Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 36^\circ 02,0' S$; $\lambda_1 = 040^\circ 08,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 36^\circ 02,0' S$; $\lambda_2 = 059^\circ 21,0' W$) izračunajte:
 - loksodromski kurs (**270°**)
 - loksodromsku udaljenost (**4827 M**)
 - ortodromsku udaljenost i uštedu puta (**4572,8 M**)
 - ortodromski kurs početni i završni (**Kpč = 235,2°**; **Kd = 304,8°**)
 - koordinate vrha ortodrome ($\varphi = 48^\circ 23,5' S$; $\lambda = 089^\circ 52,5' E$)
 - međutočke za $\Delta\lambda = 20^\circ$.

3. Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 40^\circ 30,0' N$; $\lambda_1 = 073^\circ 50,0' W$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 33^\circ 54,0' S$; $\lambda_2 = 018^\circ 25,0' E$) izračunajte:
 - loksodromski kurs (**131,1°**)
 - loksodromsku udaljenost (**6792,4 M**)
 - ortodromsku udaljenost i uštedu puta (**6766,1 M**)
 - ortodromski kurs početni i završni (**Kpč = 115,9°**; **Kd = 124,5°**)
 - koordinate vrha ortodrome ($\varphi = 46^\circ 50,4' N$; $\lambda = 037^\circ 03,1' W$)
 - koordinate presjecišta s ekvatorom ($\varphi = 00^\circ$; $\lambda = 020^\circ 37,1' W$)
 - međutočke za $\Delta\lambda = 25^\circ$.

4. Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 43^\circ 17,0' S$; $\lambda_1 = 147^\circ 42,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 52^\circ 40,0' S$; $\lambda_2 = 074^\circ 50,0' W$) izračunajte:

- loksodromski kurs (**95,8°**)
- loksodromsku udaljenost (**5529 M**)
- ortodromsku udaljenost i uštedu puta (**4638,1 M**)
- ortodromski kurs početni i završni (**Kpč = 155,1°; Kd = 030,3°**)
- koordinate vrha ortodrome (**$\varphi = 72^\circ 09,5' N$; $\lambda = 139^\circ 57,2' W$**)
- ako vrh ortodrome prelazi $\varphi = 60^\circ$, izračunati elemente kompozitne plovidbe
 - **$G_1 = \varphi = 60^\circ 00,0' S$; $\lambda = 155^\circ 14,4' W$**
 - **$G_2 = \varphi = 60^\circ 00,0' S$; $\lambda = 115^\circ 38,4' W$**
 - **Do1 = 2259,5 M**
 - **$D_L = 1188,1$**
 - **Do2 = 1400,8**
 - **Kp = 136,6°**
 - **Kd = 55,5°**
- međutočke za $\Delta\lambda = 15^\circ$.

5. Za putovanje između luke polaska P_1 ($\varphi_1 = 34^\circ 34,0' S$; $\lambda_1 = 018^\circ 18,0' E$) i luke dolaska P_2 ($\varphi_2 = 40^\circ 00,0' S$; $\lambda_2 = 060^\circ 00,0' W$) izračunajte:

- loksodromski kurs (**265°**)
- loksodromsku udaljenost (**3749,1 M**)
- ortodromsku udaljenost i uštedu puta (**3629,2 M**)
- ortodromski kurs početni i završni (**Kpč = 239,5°; Kd = 292,1°**)
- koordinate vrha ortodrome (**$\varphi = 44^\circ 48,2' S$; $\lambda = 027^\circ 46,5' W$**)
- međutočke za $\Delta\lambda = 20^\circ$.

LITERATURA:

BENKOVIĆ i suradnici, Terestrička i elektronička navigacija, (HIRM) Split, 1986

IVANOVIĆ, SIMOVIĆ, ILIĆ, Terestrička navigacija (HIRM), Split, 1958.

LIPOVAC, M. Š., Priručnik iz terestričke navigacije sa riješenim zadacima, Viša pomorska škola u Kotoru, Kotor, 1978.

RADULIĆ, R., Terestrička navigacija, Profil, Zagreb, 2012.

SIMOVIĆ, Anton I., Terestrička navigacija, Školska knjiga, Zagreb, 1993.

<https://morepress.unizd.hr/books/index.php/press>

